КОНЫРКУЛЖАЕВА МАРАЛ НУРЛАНОВНА

ГРАФТАРДЫҢ БОЙЫНДАҒЫ ЕКІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬДЫҚ ОПЕРАТОРДЫҢ ШЕГЕРІМДІК ЖӘНЕ СПЕКТРАЛДЫҚ ЖІКТЕЛУІ

«6D060100-Математика» мамандығы бойынша философия ғылымдарының докторы (PhD) ғылыми дәрежесін алу үшін Коныркулжаева Марал Нурлановнаның диссертациялық жұмысына

АҢДАТПА

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Графтың математикалық тұрғысынан, кеңістіктің геометриясы мен топологиясына байланысты жүйелердің қасиеттерін зерттеу үшін жақсы модель болып табылатындығымен қызықты. Бағандар нульмерлі және бір өлшемді алуан түрлерден жасалған және бұл мағынада аралас өлшемдік графтар анықталған математикалық объектілердің қандай да бір қасиеттеріне әсер етеді.

Практикалық жағынан, ең алдымен серпімді құрылымдарды есептеу кезінде сингулярлы пайда болатын салалардың бірігуі туралы есептерді зерттеу қажет. Бұл ретте конструкция әртүрлі өлшемдерден тұруы мүмкін. Әр түрлі өлшемдердің жиындарын біріктіру түрінде ұсынылатын шекті "қаңқаға" созылатын және жеткілікті аз габариттерге тәуелді салалардағы шеттік есептердің шешімдерін асимптотикалық талдау талап етіледі. Жиі мұндай нысандар стратификацияланған жиындар деп аталады.

Зерттеудің мақсаты. Графтағы дифференциалды операторлар "таза" дифференциалды емес, "гибридті" операторлар болып табылатындықтан, диссертацияда келесі мақсат қойылады: таза дифференциалды операторлардың спектрлік қасиеттерін зерттеу үшін құрылған математикалық аппараттан "гибридті" операторларға көшіру.

Қорғауға ұсынылатын ережелер. Максимал оператордың барлық мүмкін болатын өзіне өзі түйіндес тарылуының толық сипаттамасы берілген, максимал оператордың қисынды тарылуы жазылған және олардың резольвента формулалары табылды, резольвентаның баған доғасының ұзындығына тәуелділігі анықталды және шекті операторға біркелкі резольвентті ұқсастығы зерттелді, шекті оператордың спектралды әсері келтірілген.

Зерттеу міндеттері. Дифференциалдық оператор үшін Грин функциясын табу, екінші ретті дифференциалдық оператордың Грин функциясының Фурье қатарына жіктеу және спектралды жіктелуін құру. Келесі есеп-графтағы шағын доғалары бар екі қарапайым графтар үшін

меншікті мәндердің және тиісті меншікті функциялардың мінез-құлқын зерттеу.

Зерттеу объектісі мен пәні. Графтағы дифференциалдық операторлар, скаляр матрицалық және дифференциалдық операторлардан құралған операторлар ретінде. Қойылған мақсатқа жету үшін диссертацияда келесі міндеттер зерттеледі:

- максималды операторды қисынды анықтау,

- максималды оператор үшін Лагранж формуласын шығару,

- түйіндес оператор құру,

- максималды операторды өзін-өзі түйіндес тарылуларын сипаттау,

- максималды операторды қисынды тарылуы және олардың резольвента формуласын шығару,

- резольвентаның графтардың доғасының ұзындығына тәуелділігін табу және шекті операторды біркелкі резольвентаға жинақтылығын зерттеу,

- шекті операторды спектрлік әсерлерін көрсету.

Зерттеу әдістері. Диссертацияда қарапайым дифференциалдық теңдеулердің классикалық теориясының әдістері, сызықты дифференциалдық операторлар, шексіз операторлардың спектралды теориясының аппараты, комплекс айнымалы функциялардың теориясының әдістері, сондай-ақ графтар бойындағы қарапайым дифференциальдық теңдеулер теориясының әдістері қолданылады.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы. Алғаш рет резольвентаның графтың доғасының ұзындығына тәуелділігі анықталды және шекті операторды біркелкі резольвентаға жинақтылығы көрсетілді. Шектік операторды елеулі спектрлік әсерлері көрсетілген, оларға әлі күнге дейін тиісті назар аударылмаған.

Негізділік және нақтылық. Диссертацияда алынған ғылыми қорытындылардың негізділігі мен дұрыстығы олардың дәйекті теориялық және математикалық негіздемесімен, сондай-ақ технологиялық және өндірістік деректермен салыстырылған эксперименттік деректермен расталады.

Зерттеудің теориялық және практикалық маңыздылығы. Жұмыс теориялық сипатқа ие. Жұмыс нәтижелері одан әрі графтар бойындағы шекаралық есептердің спектралды теориясын дамытуда және серпімділік

теориясында, орнықтылық теориясында және т. б. пайда болатын есептерді зерттеуде қолданылуы мүмкін.

Зерттеу нәтижелерін аппробациялау. Диссертациялық жұмыстың тақырыбы бойынша алынған нәтижелер сегіз халықаралық конференцияларда ұсынылды: "қазіргі заманғы математика және оның қосымшалары" халықаралық ғылыми-практикалық конференция, 1 мақала. А.Ф. Леонтьевтің 100 жылдығына арналған функциялар теориясы бойынша халықаралық конференция, 1 тезис; The International Scientific Conference "Weighted estimates of differential and integral operators and their applications", 1 тезис; VII Халықаралық Жастар ғылыми-практикалық конференциясының "Процесстер мен жүйелерді математикалық моделдеу "баяндамаларының тезистері, 1 мақала; "математиканың қазіргі мәселелері" конференциясы, 1 мақала; "математиканың қазіргі мәселелері" конференциясы, 2 мақала; ЛОМОНОСОВ-2018 " студенттер, магистранттар және жас ғалымдардың XIV Халықаралық ғылыми конференциясы", 1 тезис; "Спектралды теория және оған қатысты сұрақтар" халықаралық ғылыми конференциясының тезистер жинағы, 1 мақала; international conference on mathematics: "An Istanbul Meeting for World Mathematicians", 1 мақала. Диссертациялық жұмыс материалдары бойынша 14 баспа жұмысы жарияланды, оның ішінде 3 Scopus базасында индекстелетін журналдарда, 3 Қазақстанның Білім және ғылым саласындағы бақылау комитеті ұсынған журналдарда, 8-халықаралық ғылыми конференция материалдарында.

Диссертацияның ғылыми ережелерінің, тұжырымдары мен нәтижелерінің шынайылығы мен негізділігі нөлдік емес импакт-факторы бар журналдарда алынған нәтижелердің жарияланымдарымен расталады.

Зерттеу мақсаттарының толық орындалуын бағалау. Барлық алынған нәтижелер жаңа болып табылады және дербес шешім әдістеріне негізделеді. Осы шекаралық есептің өз функциялары бойынша графтар бойында қарастырылатын дифференциалдық операторды анықтау саласынан кез- келген функциялардың есептік жіктелуі бар болуы анықталды.

Жарияланымдар. Диссертация нәтижелерінің негізінде 14 жұмыс жарияланды: 6 Журнал мақаласы (оның ішінде 3 – индекстелген журналдарда, 3 – Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің Білім және ғылым саласындағы бақылау комитеті ұсынған журналдарда) және 8-халықаралық ғылыми конференция жинақтарында.

Диссертация тақырыбы бойынша нәтижелер келесі жұмыстарда жарияланды:

Рейтингтік ғылыми журналдардағы жарияланымдар

1 Жапсарбаева Л.К., Кангужин Б.Е., Коныркулжаева М.Н. Самосопряженные сужения максимального оператора на графе // Уфимский математический журнал. Т.9. выпуск 4, С.36-44, 2017.

2 Borisov D.I., Konyrkulzhayeva M.N. Perturbation of threshold of the essential spectrum of the Schrodinger operator on the simplest graph with a small edge // Journal of Mathematical Science, V.239, No.3, P.248-267, 2019.

3 Борисов Д.И., Коныркулжаева М.Н. Простейшие графы с малыми ребрами: асимптотики резольвент и голоморфная зависимость спекта // Уфимский математический журнал. Т.11, №2, С.56-71, 2019.

Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің Білім және ғылым саласындағы бақылау комитеті ұсынған журналдарда

1 Жанузакова Д.Т., Коныркулжаева М.Н., Таирова А.Б., Тулеухасым С.Т. Представление резольвенты дифференциального оператора на геометрическом графе // Вестник КазНПУ им.Абая. №1(61), С.61-67, 2018.

2 Жаруллаев Д.Б., Кангужин Б.Е., Коныркулжаева М.Н. Функция Грина дифференциального оператора на графе-звезде с общими граничными условиями // Вестник КазНУ им. Аль-Фараби. №1(101), С.48-58, 2019.

3 Аймал Раса Г.Х., Аузерхан Г.С., Коныркулжаева М.Н. Функция Грина задачи Дирихле дифференциального оператора на графе-звезде при m.// Вестник КазНУ им. Аль-Фараби. №1(101), С.14-28, 2019.

Халықаралық конференциялар материалындағы жарияланымдар

1 Жапсарбаева Л.К., Кангужин Б.Е., Коныркужаева М.Н. Сверточное представление резольвент дифференциального оператора на графе // Сборник докладов международной научно-практической конференции «Современная математика и ее приложения» Уфа, БашГУ. С.323-328, 2017.

2 Kanguzhin B.E., Zhapsarbayeva L.K., Konyrkulzhayeva M.N. Representation of the resolvent of second order differencial operator on a graph // The International Scientific Conference «Weighted estimates of differential and integral operators and their applications» P.193-194, Astana, 2017.

3 Жанай А.Ж., Кангужин Б.Е., Коныркулжаева М.Н. Об одной задаче на собственные значения дифференциального уравнения третьего порядка // Тезисы докладов VII международной молодежной научно-практической конференции «Математическое моделирование процессов и систем», Уфа, С. 14-19, 2017.

4 Жанузакова Д.Т., Коныркулжаева М.Н. Представление резольвенты дифференциального оператора на компактных графах // Конференция «Современные проблемы математики, механики и информатики»,

посвященной 25-летию Независимости Республики Казахстан", Казахстан, г. Караганда, С.28, 2016.

5 Коныркулжаева М.Н. Функция Грина задачи Дирихле для оператора Штурма-Лиувилля // XIV Международная научная конференция студентов, магистрантов и молодых ученых «ЛОМОНОСОВ–2018», Казахстан, С.24-26, 2018.

6 Коныркулжаева М.Н. Решение дифференциальных уравнений с первыми краевыми условиями на графе-звезде // Сборник тезисов международной научной конференции «Спектральная теория и смежные вопросы» Уфа, С.97-98, 2018.

7 Kanguzhin B.E., Konyrkulzhayeva M.N. Green's function of the Dirichlet problem for the differential operator on a star-shaped graph // International conference on mathematics: «An Istanbul Meeting for World Mathematicians» Istanbul, Turkey, P.195-204, 2018.

8 Кангужин Б.Е., Коныркулжаева М.Н., Оператор, резольвенты которых имеют сверточное представление, и их спектральный анализ // Международную конференцию по теории функций, посвященный 100-летию А.Ф.Леонтьева. – Уфа, Институт математики с вычислительным центром УНЦ РАН, Башкирский государственный университет и Академия наук РБ. С.80, 2017.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертация 144 беттен тұрады, оған кіріспе, үш бөлім, қорытынды және пайдаланылған әдебиеттер тізімі кіреді.

Диссертацияны енгізу зерттелетін диссертация тақырыбының қазіргі күйінің қысқаша сипаттамасын, зерттеудің өзектілігін және қажеттілігін негіздеуді қамтиды. Бірінші тарауда ілгексіз еркін байланысты геометриялық графтарда дифференциалдық операторларға қатысты белгілі ұғымдар мен бекітулер енгізіледі. Графтар бойындағы ең жоғары оператор доғалардағы дифференциалды өрнектермен, ішкі төбелерінде Кирхгоф шарттарымен анықталады. Енгізілген максималды оператор үшін Лагранж формуласының аналогы дәлелденген. Кез келген шекаралық шарттар жиынтығы үшін шекаралық формаларды құру алгоритмі көрсетілген. Сондай-ақ ең жоғары оператордың өзін-өзі түйіндес тарылуының толық сипаттамасы берілген.

Екінші тарауда екінші ретті дифференциалдық теңдеулер жүйесі зерттеледі. Жұлдыз тәрізді графтар бойындағы дифференциалды оператор үшін Дирихле есебінің Грин функциясы шығарылды. Бұл ретте Кирхгофтың ішкі төбелерде стандартты шарттары және шекаралық шыңдарда Дирихле шекаралық шарттары қолданылған.

Үшінші тарауда екі шексіз доғадан және кіші ұзындықтағы бір доғадан тұратын графтар қарастырылады. Бұл графтар шексіз доғалар мен кіші доғадағы сингулярлы әлеуеті бар бөлшек – тұрақты потенциалы бар Шредингер операторы қарастырылады. Анықталған шекаралық шарттары, операторлық норма алынды екімүшелі асимптотикалар үшін резольвент

операторларының берілді қалдықтарын бағалау. Сондай-ақ елеулі спектрдің шетінен оқшауланған меншікті мәндердің пайда болу әсері зерттеледі. Тиімді, оңай тексерілген жеткілікті өмір сүру жағдайлары және мұндай меншікті мәндердің болмауы анықталды және елеулі спектрдің шетінен пайда болатын меншікті мәндердің голоморфтық тәуелділігі анықталды. Сондай-ақ екі шексіз доғадан және кіші ұзындықтағы бір доғадан тұратын жұлдызды графтар да қарастырылады. Соңғы доғаның ұзындығы есептегі кіші параметр болып саналады. Бұл графтың ішкі төбесінде кіші доғаның шекаралық шыңында – Дирихле шарты немесе Нейман шарты қойылады. Шекті шеттік жағдайлар алынды, операторлық нормада резольвента үшін асимтотиктер алынды, қалдықтарды бағалау берілді. Маңызды спектрдің шетінен оқшауланған меншікті мәндердің пайда болуы әсері зерттеледі. Елеулі спектрдің шетінен пайда болған меншікті мәндердің голоморфтық тәуелділігі анықталды.