Казахский национальный университет имени аль-Фараби

УДК 533.9.08; На правах рукописи

ЕРИМБЕТОВА ЛАЗЗАТ ТАСТАНБЕКОВНА

Самосогласованная модель физических свойств пылевой плазмы

6D060400 – Физика

Диссертация на соискание степени
доктора философии (PhD)

Научные консультанты
доктор физико-математических наук,
профессор Архипов Ю.В.,
доктор физико-математических наук,
ассоциированный профессор
Давлетов А.Е.

Зарубежный научный консультант
доктор физико-математических наук,
профессор, Ткаченко-Гурски И.М.

Республика Казахстан
Алматы, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

	ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ	3
	ВВЕДЕНИЕ	4
1	СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ	9
2	ПАРАМЕТРЫ ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ	16
3	СТАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ С ЧАСТИЦАМИ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ	19
	3.1 Взаимодействие частиц пылевой плазмы	19
	3.3 Радиальная функция распределения и статический структурный фактор	75
	3.4 Термодинамические свойства пылевой компоненты	88
4	ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ С ЧАСТИЦАМИ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ	94
	4.1 Правила сумм для обратной диэлектрической функции	95
	4.2 Метод моментов для динамического структурного фактора	98
	4.3 Дисперсия и декремент затухания пыле-акустических мод для частиц с постоянным зарядом	102
	4.4 Дисперсия пыле-акустических мод для частиц с переменным зарядом	106
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	110
	СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	114

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

УТС	–	управляемый термоядерный синтез
ДФ	–	диэлектрическая функция
ОДФ	–	обратная диэлектрическая функция
ПХФ	–	приближение хаотических фаз
ДСФ	–	динамический структурный фактор
ММ	–	метод моментов
ПФН	–	параметр-функция Неванлинны
ФДТ	–	флуктуационно-диссипативная теорема
ССФ	–	статический структурный фактор
ГЦП	–	гиперцепное приближение
ДКП	–	двухкомпонентная плазма
ОКП	–	однокомпонентная плазма
ДЧС	–	динамическая частота столкновений

ВВЕДЕНИЕ

Общая характеристика работы. В диссертационной работе исследованы статические и динамические свойства пылевой плазмы на основе предложенного эффективного потенциала взаимодействия пылевых частиц конечных размеров.

Актуальность темы исследования. Пылевая плазма, или плазма с частицами макроскопических размеров, называемых пылинками, уже в течение нескольких десятилетий привлекает внимание учёных. Этот интерес обусловлен тем, что пылевая плазма с одной стороны широко распространена в космическом пространстве, а с другой стороны является рабочим телом в технологических установках. Помимо этого, пылевая плазма намеренно создается как объект исследования в лабораторных условиях с целью изучения ее разнообразных свойств. Все это приводит к тому, что в настоящее время процессы, протекающий в пылевой плазме интенсивно изучаются теоретически, экспериментально, а также с помощью методов компьютерного моделирования.

Особо следует выделить одну из главных задач, возникающих в связи с проблемой осуществления управляемого термоядерного синтеза – нагрев и удержание высокотемпературной плазмы. Дело в том, что избежать контакта высокотемпературной плазмы со стенками реактора не удается и, по-видимому, предотвратить его полностью не представляется возможным. Этот контакт приводит к образованию пылевой компоненты внутри термоядерных установок, состоящей из материала первой стенки. Появление пыли в пристеночной области немедленно сказывается на процессах теплообмена между первой стенкой и нагретой до высоких температур плазмой, что сказывается на процессе удержания плазмы, следовательно, поведение пылевой компоненты, ее влияние на плазму и физические свойства материала стенок реактора приводит к необходимости решения *актуальной* задачи по исследованию ее термодинамических свойств и электродинамических характеристик.

Уникальные свойства пылевой плазмы объясняются тем, что пылинки в плазме приобретают большой электрический заряд. При этом, строго говоря, пылевая плазма представляет собой открытую систему, физические свойства которой определяются очень большим числом процессов и явлений. Поэтому пылевая плазма все чаще в литературе называется комплексной. Несмотря на то, что с момента начала исследований пылевой плазмы был достигнут существенный прогресс в понимании ее поведения в различных внешних условиях, целый ряд полученных результатов все ещё нуждается в физической интерпретации, что, в первую очередь, стимулирует дальнейшее развитие данной области.

Общепризнано, что пылевая плазма в самое ближайшее время найдет широкое практическое применение, но она еще интересна тем, что поведение пылевых частиц можно непосредственно зафиксировать в эксперименте с

помощью высокоскоростной видеокамеры, а это дает возможность напрямую тестировать теоретические подходы, разработанные для систем заряженных частиц.

Диссертационная работа выполнена в грантового финансирования МОН РК по теме «Самосогласованная модель статических свойств пылевой плазмы с частицами конечных размеров» шифр 3120/ГФ4, №ГР 0115РК01051, инвентарный номер 0216РК00652 и по теме «Исследование динамических и оптических свойств плотных кулоновских систем» шифр 3119/ГФ4, №ГР0115РК01050, инвентарный номер 0215РК00867.

Цель работы – построение самосогласованной теории статических и динамических свойств пылевой плазмы, которая позволит определять такие характеристики, как заряд пылевых частиц, потенциальная энергия межчастичного взаимодействия, и на их основе рассчитывать корреляционные функции и термодинамические потенциалы, а также в рамках метода моментов – динамические структурные факторы и диэлектрические характеристики пылевой подсистемы.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

– исследовать зависимость заряда пылевых частиц от параметров буферной плазмы;

– построить и проанализировать эффективные потенциалы межчастичного взаимодействия заряженных пылинок конечных размеров в плазме;

– рассчитать корреляционные функции пылевых частиц методом интегральных уравнений (уравнение Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении и его обобщения);

– определить термодинамические свойства пылевой компоненты плазмы на основе полученных корреляционных функций;

– с использованием метода моментов получить динамические структурные факторы сильносвязанной пылевой компоненты плазмы, рассчитать дисперсию и декремент затухания пылеакустических волн.

Объектом исследования является пылевая плазма с пылинками конечных размеров.

Предмет исследования – статические и динамические характеристики пылевой компоненты, такие как потенциал взаимодействия частиц, радиальные функции распределения и статические структурные факторы, термодинамические функции, динамический структурный фактор и его моменты, дисперсия и декремент затухания пылеакустических волн.

Методы исследования. При решении задач, необходимых для достижения поставленных целей, использованы следующие расчётно-теоретические методы: методы статистической физики равновесных систем, состоящих из большого числа частиц; метод функций линейного диэлектрического отклика; метод сверхпереплетающихся цепочек; метод моментов; приближение ограниченного орбитального движения. Для проведения численных расчётов применялись надёжные и высокоэффективные алгоритмы с элементами

параллельных вычислений, в качестве математической оболочки использовалась программа Mathematica.

Научно-практическая значимость работы. В диссертационной работе развита последовательная теорию статических и динамических характеристик пылевой компоненты плазмы с частицами конечных размеров. Построенная самосогласованная модель корректно описывает равновесные свойства системы и может быть использована для расчёта уравнения состояния и корреляционной энергии неидеальной пылевой компоненты, параметры которой соответствуют различным астрофизическим объектам, условиям термоядерного синтеза в пристеночной области токамаков, а также экспериментам на международной космической станции. Динамические структурные факторы и спектры пылеакустических волн могут использоваться для проведения диагностики самой плазменной среды.

Достоверность результатов работы.

Полученные результаты характеризуются внутренним единством, обусловленным внутренней логикой поставленных целей, и являются достоверными, так как основаны на известных и апробированных методах физики плазмы, разработанных для систем с сильным межчастичным взаимодействием.

Связь с другими исследованиями. Диссертационная работа выполнена в соответствии с планами фундаментальных научно-исследовательских работ: «Исследование свойств пылевой плазмы на основе предлагаемой модели взаимодействия частиц» шифр ИПС-12, 2012-2014 гг.; «Самосогласованная модель статических свойств пылевой плазмы с частицами конечных размеров» шифр ИПС-15, 2015-2017 гг.; «Исследование динамических и оптических свойств плотных кулоновских систем» шифр ИПС-14, 2015-2017 гг.

Положения, выносимые на защиту:

– потенциал взаимодействия пылевых частиц, учитывающий конечность их размера в рамках теории линейного диэлектрического отклика, практически совпадает с потенциалом Юкавы при малых значениях параметра экранирования $\kappa \ll 1$, а с его ростом лежит систематически выше;

– положение первого максимума на кривой статического структурного фактора смещается в сторону меньших волновых чисел на $\sim 10\%$ при увеличении параметра связи в интервале $\Gamma = 20 \div 100$ и при уменьшении параметра экранирования в интервале $\kappa = 1 \div 3$, а при изменении плотности упаковки пылевых частиц на порядки в интервале $\eta = 10^{-8} \div 10^{-1}$ положение первого пика остается практически неизменным;

– спектр пыле-акустических волн, учитывающий явление перезарядки пылевых частиц в изотермической сжимаемости сильно связанной пылевой компоненты, качественно меняет свой вид при изменении параметра плотности упаковки пылинок в интервале $\eta = 10^{-9} \div 10^{-5}$ так, что наличие максимума сменяется монотонным возрастанием в зависимости от волнового числа;

– в спектре пыле-акустических волн при достаточно больших параметрах связи появляется ротонный минимум, положение которого соответствует

положению первого максимума на кривой статического структурного фактора, что напрямую подтверждает гипотезу Фейнмана об их взаимно обратной зависимости. В соответствии с этим волновое число ротонного минимума остается практически неизменным при варьировании плотности упаковки пылевых частиц в интервале $\eta = 10^{-8} \div 10^{-1}$.

Новизна работы. В диссертационной работе впервые получены следующие результаты:

– в рамках классической электродинамики плазмы разработана модель взаимодействия частиц в пылевой плазме, учитывающая конечность размеров пылинок и явление экранировки поля, что позволяет корректно учитывать граничное условие на поверхности пылевых частиц;

– установлено, что положение первого пика на кривой статического структурного фактора практически не зависит от плотности упаковки пылевых частиц и определяется параметрами связи и экранирования;

– в изотермической сжимаемости сильно связанной пылевой компоненты учтены процессы перезарядки пылевых частиц, что приводит к качественному изменению в поведении спектра пыле-акустических волн даже для пылевых частиц очень малых размеров;

– с помощью метода моментов установлена связь между положениями ротонного минимума и первого максимума на кривой статического структурного фактора.

Апробация работы. Результаты, полученные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались:

– на научных семинарах кафедры физики плазмы, нанотехнологии и компьютерной физики КазНУ им. аль-Фараби.

– на международной конференции «Актуальные проблемы современной физики», посвященная 75-летию академика НАН РК Абдильдина М.М., Алматы, 2013;

– на 8-ой международной научной конференции «Современные достижения физики и фундаментальное физическое образование», 9-11 октября 2013 года, Алматы, Казахстан;

– на международной конференции «Современные проблемы физики и новых технологий», 21-22 февраля 2014 года;

– International Conference “Strongly Coupled Coulomb Systems”, Santa Fe, USA, 2014;

– 14th International Conference on the Physics of Dusty Plasmas, 26-29 May, 2015, Auburn, Alabama, USA;

– International Conference on the Physics of Non-ideal Plasmas – 15, 2015 (Almaty, Kazakhstan);

– VIII International Conference on Plasma Physics and Plasma Technology, September 14-18, 2015, Minsk, Belarus, Contributed Papers;

– 42nd IEEE International Conference on Plasma Science, 2015, Belek, Turkey;

– 42nd European Physical Society Conference on Plasma Physics, Lisbon, Portugal, 2015;

– 43rd IEEE International Conference Plasma Science, June 19-23, 2016, Banff, Alberta, Canada;

– II, III и IV Международные Фарабиевские чтения, 2015, 2016 и 2017 гг. (Алматы, КазНУ им. аль-Фараби); а также на научном семинаре «Нелинейные и корреляционные явления в физике плазмы» физико-технического факультета КазНУ им.аль-Фараби;

– 9-я Международная научная конференция «Современные достижения физики и фундаментальное физическое образование», Казахстан, Алматы, 12-14 октября, 2016;

– International Conference on Strongly Coupled Coulomb Systems, 2017 (Kiel, Germany);

– 16th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas – Saint-Malo, France, 2018.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 30 печатных работ, из них 14 статей в рецензируемых журналах, 5 статьи в журналах дальнего зарубежья с высоким импакт-фактором и 11 тезисов на международных конференциях.

Объем и структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, 4-х разделов, заключения и списка использованных источников из 178 наименований, содержит 125 страницы текста, включая 92 рисунка и 1 таблицы.

1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Одним из наиболее интересных и, в то же время, сложных объектов исследования в физике является пылевая плазма, которая представляет собой ионизованный газ, содержащий диэлектрические или проводящие заряженные частицы макроскопических размеров, называемые пылинками. Хотя пылевая плазма была обнаружена американским физиком И. Лэнгмюром еще в 20-х годах прошлого века [1], особое внимание ученых она привлекла только в последние десятилетия. Это обусловлено тем, что она часто встречается в ближнем космосе [2,3] и Вселенной [4-6], а также широко изучается в различных лабораторных экспериментах [7-9].

Пылевая плазма часто встречается в астрофизических объектах, при этом предполагается, что она играет фундаментальную роль в космологии для объяснения происхождения структуры Вселенной и галактик [10,11]. Также пылинки образуются в различных плазменных устройствах, когда горячая плазма вступает в контакт со стенками экспериментальных установок. Это имеет место, например, в установках управляемого термоядерного синтеза с магнитным удержанием, так называемых токамаках [12]. В результате такого контакта в приповерхностном слое образуется пылевая плазма, которая существенным образом меняет механические, физические и химические свойства материала стенок реактора [13]. Другая научно-техническая проблема возникает при травлении электронных схем и производстве тонких плёнок вследствие загрязняющего действия пылевой плазмы [14,15].

Известно, что пылинки в плазме могут образовывать различные структуры с ближним и дальним порядком, которые можно интерпретировать как жидкую или кристаллическую фазы соответственно [16-19]. В таких системах даже наблюдаются фазовые переходы, которые могут быть изучены самыми различными методами [20-22]. Это свидетельствует о том, что между пылинками в плазме существует сильное электрическое взаимодействие, средняя энергия которого может значительно превышать тепловую энергию их хаотического движения. При этом при определённых внешних условиях во взаимном расположении пылинок наблюдается строгий порядок, характерный для упорядоченных структур конденсированного состояния вещества [23]. Такое уникальное плазменное состояние называется пылевым кристаллом и формируется благодаря тому, что пылинки находятся одновременно в гравитационном поле Земли и электрическом поле газового разряда, локализуясь вблизи узлов некоторой квази-кристаллической решётки и лишь изредка покидая свои равновесные положения [24-26].

Находясь в буферной плазме, пылевые частицы начинают активно поглощать электроны, имеющие большую по сравнению с ионами скорость, и очень быстро приобретают отрицательный заряд, который может достигать значений сотен и даже тысяч элементарного. Таким образом, очевидно, что знание электрического заряда пылинок существенно для объяснения всех физических свойств сильно связанной пылевой плазмы. Задача теоретического

расчёта заряда пылинки в плазме тесно связана с теорией так называемого ленгмюровского зонда, который широко применяется для целей плазменной диагностики. Стандартным здесь является использование приближения ограниченного орбитального движения [27], в котором считается, что плазма вдали от пылинки остаётся квазинейтральной и максвелловской, а длина свободного пробега значительно превышает характерный размер экранирующего слоя. Это позволяет рассматривать только баллистические траектории электронов и ионов, а дальнейшее использование законов сохранения энергии и момента импульса даёт возможность рассчитать соответствующие сечения поглощения, а значит заряд пылинок или вольтамперную характеристику ленгмюровского зонда.

В классическом варианте метода ограниченного орбитального движения предполагается, что потенциальные энергии взаимодействия частиц с пылью являются монотонными функциями расстояния между ними, что не всегда справедливо. С учётом эффектов экранировки поля начинает сказываться появление так называемого радиуса поглощения ионов (absorption radius effect), связанного с тем, что на кривой эффективной энергии взаимодействия, включающей в себя центробежную составляющую, появляются локальные максимумы [28,29]. При этом вблизи пылевой частицы возникает необходимость учёта анизотропии потока ионов, которые ускоряются экранирующим слоем [30].

Ясно, что различные физические условия, в которых существует пылевая плазма, могут приводить к отклонению функций распределения электронов и ионов по скоростям от равновесного распределения Максвелла, что немедленно сказывается на заряде самих пылинок. Подобные отклонения функции распределения по скоростям особенно часто встречаются в космической пылевой плазме и различных астрофизических объектах. Так в [31] был изучен заряд сферических пылинок с лоренцевской функцией распределения, в [32,33] исследовалось влияние степенного характера функции распределения, полученной в рамках неэкстенсивной статистики, учитывающей дальнодействующий характер кулоновского взаимодействия и процессы вторичной электронной эмиссии [34], а в [35] рассматривалась так называемая би-максвелловская функция распределения электронов.

Более последовательный подход в рамках теории орбитального движения был предложен в [36], где решалось кинетическое уравнение Власова для бесстолкновительной плазмы совместно с уравнением Пуассона. Это позволило определить так называемый плавающий потенциал пылинок, обеспечивающий равенство потоков электронов и ионов на поверхность пылевой частицы, а затем вычислить их заряд. Данный теоретический подход имеет недостаток, связанный с тем, что для достаточно больших пылевых частиц ионная концентрация может давать мнимые значения [37]. Это потребовало дальнейшего усложнения теории орбитального движения, в том числе и для учёта ускорения ионов в электрическом поле экранирующего слоя [38,39]. С ростом плотности плазмы растёт роль столкновений, особенно с нейтралами,

так что траектории электронов и ионов плазмы больше не могут рассматриваться как баллистические. Для их учёта приходится решать кинетические уравнения [40], что может быть сделано как феноменологически [41], так и прямым моделированием методом частиц в ячейках [42].

В рамках приближения ограниченного орбитального движения потоки электронов и ионов на поверхность пылевой частицы определяются их пространственным распределением и зарядом самой пылинки. В этом смысле равновесный заряд пылинки, получаемый из равенства потоков электронов и ионов, полностью определяется параметрами окружающей плазмы и не зависит от материала пылинки и элементарных процессов, происходящих на её поверхности. При этом оказывается, что приближение ограниченного орбитального движения хорошо работает только для частиц малых по сравнению с дебаевским радиусом размеров [43]. Очевидно, что приведённая трактовка, несмотря на свою привлекательность, не может быть удовлетворительной с физической точки зрения, так как использует условие полного поглощения попадающих на поверхность пыли электронов и ионов плазмы [44]. С этой целью в [45,46] была развита микроскопическая теория, которая учитывает приповерхностные состояния электронов и ионов, появляющиеся в результате поляризации материала пылинки. Помимо этого, необходимо учитывать электронную эмиссию с поверхности пылинки [47], которая определяется работой выхода электронов, и вторичную электронную эмиссию [48].

Как было только что отмечено, заряд пылевых частиц, и, в частности, зависящий от него параметр Хавнеса [49], может быть получен в рамках приближения ограниченного орбитального движения [50], эффективность которого была доказана экспериментально [51]. При достаточно малых значениях параметра Хавнеса оказывается, что стохастическое нагревание пылевых частиц, обусловленное флуктуирующими электрическими полями, приводит к тому, что температура пылинок оказывается отличной от температуры буферной плазмы [52], или даже к тому, что заряд самих пылинок осциллирует во времени [53,54]. При больших значениях параметра Хавнеса, на процесс зарядки пылевых частиц существенное влияние оказывает изменение ионизационного равновесия в буферной плазме, что приводит к некоторому снижению концентрации зарядов и росту отрицательного заряда самой пылевой частицы [55]. Это подтверждается процессом разрядки пылинок, который наблюдается при отключении источника генерации разряда и распада плазменной среды, в котором в начальный момент наблюдается резкий рост концентрации электронов [56].

Следует отметить, что электрический заряд и его зависимость от размеров пылинок могут быть измерены экспериментальными методами [57], которые продолжают развиваться и в настоящее время [58,59]. Интересно отметить, что и сами пылевые частицы могут быть использованы для диагностики плазмы по их движению вокруг цилиндрического ленгмюровского зонда [60].

В данной диссертации преимущественно изучается сильносвязанная пылевая плазма, в которой отношение средней потенциальной энергии взаимодействия значительно превышает среднюю кинетическую энергию теплового движения. Поэтому важно знать, как заряд самих пылевых частиц, так и закон их взаимодействия в зависимости от расстояния между ними. Таким образом, возрастает значимость исследований, позволяющих установить характер взаимодействия пылинок на различных расстояниях между ними для того, чтобы адекватно описывать микроскопические и макроскопические свойства пылевой плазмы [61-63]. Что касается пылевой плазмы, потенциал взаимодействия между пылинками часто принимается в виде экранированного потенциала Кулона (Юкавы) [64-66], который справедлив исключительно для точечных пылевых частиц, погруженных в буферную плазму, роль которой практически сводится к экранированию электрического поля. До конца такое приближение нельзя считать удовлетворительным, так как при выводе потенциала Юкавы существенно используется тот факт, что частицы должны быть точечными, но тогда они не смогут приобретать электрический заряд. В этом смысле логически последовательное исследованное необходимо проводить по предложенной в данной диссертации методике, которая базируется на определении потенциалов взаимодействия пылевых частиц конечных размеров, прямом вычислении заряда пылинок в рамках метода ограниченного орбитального движения, определении радиальных функций распределения и соответствующих им статических структурных факторов методами интегральных уравнений, и, наконец, расчёте на их основе термодинамических характеристик пылевой компоненты. Подобное рассмотрение позволяет рассчитывать спектр пыле-акустических волн, в котором учитывается процесс перезарядки самих пылевых частиц, характерное время которого должно оставаться много меньшим обратной частоты коллективных колебаний пылинок.

Появление новых ветвей колебаний в пылевой плазме на низких частотах обусловливается наличием заряда и массы у пылевых частиц, а их генерация происходит под действием флуктуаций внутреннего электрического поля. В работе [67] пылевые волны наблюдались экспериментально, а анализ полученных спектров дал возможность заключить, что они являются пыле-акустическими волнами с точно определёнными фазовой скоростью, частотой и длиной волны.

В отличие от [67] в работе [68] приведены данные по экспериментальному исследованию пыле-акустических волн в стратах тлеющего разряда постоянного тока, при этом пылевая плазма находилась в квазижидкостном состоянии, а кристаллизация, как в [69], не наблюдалась.

Распространение волн в сильно связанной пылевой плазме проанализировано в [70] в рамках приближения квазилокализованных зарядов (QLCA). Получена дисперсия пылевых волн при малых значениях волновых числах, при этом в качестве потенциала взаимодействия между пылевыми частицами был выбран потенциал Юкавы. Отмечено, что приближение

квазилокализованных зарядов не описывает затухания пылевых волн, но может дать его оценку из знания коэффициентов диффузии, что позволило определить соответствующий декремент, обусловленный столкновениями между нейтральными частицами и пылинками.

Дисперсии пылеакустических волн в неравновесной пылевой плазме на основе метода моментов изучалась в [71], а в качестве потенциала взаимодействия использован двухэкспоненциальный эффективный потенциал, соответствующий диффузионному режиму зарядки пылевых частиц. Показано, что несмотря на существенное отличие потенциала взаимодействия пылевых частиц от потенциала Юкавы, дисперсионное уравнение для пылеакустических волн остаётся неизменным. В работе [72] с использованием того же потенциала вычисляются корреляционные функции и динамические характеристики пылевой плазмы, а результаты могут быть использованы для описания свойств неравновесной среды, возникающей при повышении давления буферного газа.

В данной диссертации, в отличие от вышеупомянутых исследований, предлагается последовательный учёт конечного размера самих пылинок и эффектов поляризации уже на этапе зарядки пылевых частиц. При этом электроны и ионы буферной плазмы играют роль промежуточной среды, осуществляющей экранировку поля, которая наиболее просто учитывается путём использования так называемой теории перенормировки взаимодействия частиц плазмы [73]. После этого становится возможным применение различных подходов статистической физики неидеальных систем, таких как метод интегральных уравнений [16] и Монте-Карло моделирование. При этом предлагается апробирование идеи редуцирования системы частиц конечных размеров в систему точечных частиц с введением соответствующей поправки типа Ван-дер-Ваальса. Такой подход позволяет единым образом последовательно учесть, как конечность размеров пылевых частиц, так и эффекты поляризации и экранировки поля заряда на всех уровнях описания системы, от микроскопического до макроскопического. Таким образом, были получены аналитические выражения для структурных факторов системы [74], что позволило успешно описать экспериментальные данные по рассеянию рентгеновского излучения в плазме [75]. Более того, знание статических характеристик системы позволяет легко восстановить, с использованием метода моментов [72], динамические величины, такие как динамический структурный фактор и продольная диэлектрическая проницаемость [76,77].

Следует отметить, что аналогичные результаты для потенциальной энергии взаимодействия пылевых частиц могут быть получены в рамках приближения диэлектрической среды [78]. Единственным недостатком подобного рассмотрения является тот факт, что вся система рассматривается как равновесная, что не всегда согласуется с условиями в реальных экспериментах с пылевой плазмой, в которой существенную роль играют процессы поглощения частиц и вызванные ими дополнительные механизмы взаимодействия. Отклонения функции распределения частиц от максвелловской могут быть легко учтены, что обычно приводит к отклонению

потенциальной энергии взаимодействия от потенциала Юкавы на достаточно больших расстояниях взаимодействия [79-81]. С другой стороны, при определённых значениях параметров плазмы, когда длина свободного пробега становится меньше характерного расстояния экранирования, существенную роль начинают играть межчастичные столкновения, которые могут приводить к захвату ионов [82] и даже к необходимости гидродинамического описания процесса экранировки поля заряда [83]. Кроме того, реальные пылевые частицы редко бывают правильной сферической формы, что приводит к появлению дипольного взаимодействия [84] и, как следствие, анизотропии физических свойств пылевой плазмы. Тем не менее, иногда удаётся экспериментально определить потенциальную энергию взаимодействия пылевых частиц, что, например, было сделано в [85] для газоразрядной плазмы путём решения обратной задачи в рамках ланжевеновской динамики. Помимо этого, в газоразрядной плазме могут возникать значительные плазменные потоки, что приводит к необходимости учёта аэродинамического следа и других гидродинамических эффектов в потенциале взаимодействия пылевых частиц [86].

В настоящее время интерес к экспериментальным исследованиям пылевой плазмы только растёт, что обусловлено следующими причинами. Пылинки имеют макроскопический размер и их поведение легко наблюдать с помощью видеокамеры. Это позволяет получать огромную информацию о микроскопических [87] и макроскопических [88,89] свойствах пылевой компоненты плазмы, и, тем самым, напрямую проверить теоретические подходы, развитые для сильносвязанных систем. Одновременно растёт интерес к изучению систем малым числом размерностей и малым числом частиц, в которых могут наблюдаться самые разнообразные эффекты и структуры, для которых остро стоит вопрос об их устойчивости [90-92]. Среди последних экспериментальных результатов особо отметим два. В [93] неожиданно было обнаружено, что в экспериментах по сжатию ударными волнами плазменного кристалла пылевая компонента ведёт себя практически как идеальный газ. Объяснение, по-видимому, кроется в том, что энергия ударной волны настолько велика, что взаимодействием пылевых частиц между собой можно пренебречь. Другой примечательный эксперимент был проведен на борту международной космической станции [94]. Он показал, что в условиях микрогравитации частица, движущаяся сквозь плазменный кристалл, не испытывает вязкого трения со стороны окружающей среды.

В заключение отметим, что в силу того, что пылевая плазма представляет собой систему сильно взаимодействующих частиц, большое значение приобретают методы компьютерного моделирования, позволяющие из первых принципов рассчитывать ее статические и динамические свойства [95,96]. К наиболее широко используемым методам относятся моделирование методом Монте-Карло, ланжевеновская и молекулярная динамики. С их помощью удаётся получить важные результаты, относящиеся к совершенно разным условиям проведения реальных экспериментов. Например, в [97] было изучено

влияние магнитного поля на автокорреляционные функции скоростей в двухмерной пылевой плазме. В этой связи следует особо отметить интерес, который возник при исследовании систем, состоящих из малого числа частиц и называемых кластерами [98]. Изменение внешних условий может существенно сказываться на поведении пылинок, которые могут менять агрегатное состояние [99] и даже размерность всей системы [100].

Таким образом, тема диссертации и предлагаемые в ней идеи являются оригинальными. В большинстве из упомянутых выше исследований такие параметры, как заряд пылевых частиц или соответствующий параметр Хавнеса задаются произвольно. Это связано с тем, что частица точечных размеров не может приобретать заряд, поглощая электроны и ионы. В предлагаемом подходе была построена последовательная теория статических и динамических свойств пылевой плазмы, в которой были учтены конечный размер пылинок и эффекты поляризации.

2 ПАРАМЕТРЫ ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ

В диссертации для определенности рассматривается водородная полностью ионизованная плазма, состоящая из двух сортов частиц – свободных электронов с электрическим зарядом $-e$ и концентрацией n_e и свободных протонов с электрическим зарядом e и концентрацией n_p. Помимо этого, считается, что в плазме присутствуют твердые пылевые частицы одинакового радиуса R с концентрацией n_d. Известно, что температура электронов T_e в плазме с пылевыми частицами обычно превышает температуру протонов T_p, а температуру пылевых частиц T_d будем считать равной температуре протонов. В этой связи отметим, что температура пылевых частиц определяется через их среднюю кинетическую энергию, так что она не совпадает с температурой материала пылинок и сильно зависит от наличия нейтральной компоненты плазмы. В реальной плазменной среде наряду с пылевыми частицами всегда присутствуют нейтральные атомы и молекулы, но их влиянием на электростатическое взаимодействие заряженных частиц можно пренебречь. Сделанные предположения с физической точки зрения означают то, что рассматривается пылевая плазма газового разряда при низких давлениях.

Для адекватного описания состояния пылевой плазмы принято вводить безразмерные параметры. Концентрацию протонов будем считать фиксированной, так как они не поглощаются пылинками и определим параметр связи плазмы следующим образом

$$\Gamma = \frac{e^2}{a_p k_B T_p}, \tag{2.1}$$

где k_B – постоянная Больцмана, а $a_p = (3/4\pi n_p)^{1/3}$ – среднее расстояние между протонами буферной плазмы. Параметр связи плазмы определяет отношение средней энергии взаимодействия протонов к их тепловой энергии хаотического движения.

Ниже приведен параметр β, который определяется отношением концентраций пылевых частиц и протонов

$$\beta = \frac{n_d}{n_p}. \tag{2.2}$$

В реальных экспериментах с пылевой плазмой всегда выполняется условие $\beta \ll 1$.

Основной целью настоящей диссертации является учет конечности размеров пылевых частиц, который описывается плотностью упаковки η

$$\eta = \frac{1}{D^3}, \tag{2.3}$$

где $D = a_d / R$ – безразмерный параметр размера, который представляет собой отношение среднего расстояния между пылевыми частицами $a_d = (3/4\pi n_d)^{1/3}$ к их радиусу R. Из физики твердого тела известно, что плотность упаковки твердых шаров одинакового размера не может превышать теоретического предела, равного $\pi / \sqrt{18}$.

Так как величина заряда пылинок сильно зависит от подвижности окружающих ее заряженных частиц плазмы, то представляется удобным ввести параметр неизотермичности τ, который равен отношению температур электронов T_e и протонов T_p

$$\tau = \frac{T_e}{T_p}. \tag{2.4}$$

Подчеркнем, что при $\tau = 1$ пылевая плазма называется изотермической, а на практике, как правило, $\tau > 1$.

Очевидно, что подвижность частиц плазмы зависит не только от их температуры, но и от массы, поэтому в принципе необходимо ввести параметр, определяющий отношение масс электронов и ионов. В дальнейшем для простоты рассматривается только полностью ионизованная водородная плазма, поэтому отношение массы протона m_p к массе электрона m_e будем считать известной фиксированной величиной.

С теоретической точки зрения введенных параметров (2.1)-(2.4) вполне достаточно для полного описания состояния пылевой плазмы, так как заряд пылевых частиц Z_d определяется протекающими в среде процессами. Однако, как и при любом исследовании плазменного состояния вещества, будем полагать всю систему в целом локально квазинейтральной, так что выполняется следующее условие

$$n_p = n_e + Z_d n_d \tag{2.5}$$

Отметим, что так как концентрацию протонов считается заданной, а концентрация пылевых неизменна, то условие (2.5) фактически определяет баланс между зарядом пылевых частиц и концентрацией электронов в плазме.

В литературе, относящейся к данной области исследований, широко применяются и другие параметры. Например, параметр связи пылевой компоненты, который характеризует влияние взаимодействия пылевых частиц на свойства плазмы, определяется следующим образом

$$\Gamma_d = \frac{Z_d^2 e^2}{a_d k_B T_d}. \tag{2.6}$$

Если $\Gamma_d \ll 1$ то пылевая компонента представляет собой идеальный газ, а случай $\Gamma_d \geq 1$ соответствует сильно связанной пылевой плазме.

Также традиционно используется так называемый параметр Хавнеса, который определяет отношение плотностей заряда пылевых частиц и электронов

$$P = \frac{|Z_d| n_d}{n_e}. \tag{2.7}$$

Стоить отметить, что для малых значений параметра Хавнеса, то есть при $P \ll 1$, заряд пылевых частиц можно определить по параметрам окружающей плазмы, что соответствует случаю уединенной пылевой частицы. Случай $P > 1$ обычно на практике соответствует сильно связанной пылевой плазме, в которой пылевые частицы значительно изменяют локальные характеристики плазменной среды, такие как плотность электронов и функция их распределения по энергиям, что необходимо учитывать при расчете самого заряда пылевых частиц.

В плазме особая роль принадлежит явлению экранировки поля пробного заряда, которое определяется дебаевским радиусом $\lambda_D = \sqrt{k_B T / 4\pi(n_e + n_p)}$ и характеризуется безразмерным параметром экранировки

$$\kappa = \frac{a_d}{\lambda_D}. \tag{2.8}$$

Наконец, при рассмотрении процесса зарядки пылевой частицы важно знать, когда частицы плазмы достигают поверхности пылинки, поэтому оказывается удобным использовать эффективный параметр связи

$$\Gamma_R = \frac{e^2}{R k_B T_e}, \tag{2.9}$$

который представляет собой отношение кулоновской энергии взаимодействия двух электронов, расположенных на расстоянии радиуса пылевой частицы R, к их средней тепловой энергии.

3 СТАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ С ЧАСТИЦАМИ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

3.1 Взаимодействие частиц пылевой плазмы

В последние десятилетия стремительно развиваются исследования сильносвязанных кулоновских систем, то есть систем заряженных частиц с сильным межчастичным взаимодействием. При этом особый интерес вызывает так называемая пылевая плазма, представляющая собой обычную плазму электронов и ионов, в которой находятся твердые или жидкие макроскопические частицы микронных размеров, называемые пылинками. С одной стороны, было проделано большое количество экспериментов по изучению физических свойств пылевой плазмы, а с другой стороны накопленные данные привели к заметному продвижению в теоретическом понимании элементарных процессов, протекающих в пылевой плазме. Это стало возможным благодаря тому, что пылинки легко наблюдаются в обычных установках и их поведение можно изучать с помощью высокоскоростных видеокамер.

Еще Ленгмюр отметил, что при попадании в буферную плазму пылевые частицы начинают поглощать электроны и ионы. Так как масса электронов значительно меньше массы ионов, то они обладают большей скоростью, а поэтому их поток на поверхность пылевой частицы значительно превышает соответствующий поток ионов. Как следствие, пылевые частицы обычно приобретают отрицательный заряд [102,103], величина которого может достигать сотен и даже тысяч элементарного заряда, что, приводит к появлению сильных эффектов неидеальности, обусловленных межчастичным взаимодействием. Отсюда следует, что для корректного теоретического описания микроскопических и макроскопических свойств пылевых частиц плазмы, большое значение имеет установление точного вида потенциала взаимодействия пылевых частиц между собой, а также с компонентами буферного газа [104-106]. В данном разделе используются два независимых подхода для определения псевдопотенциалов взаимодействия частиц пылевой плазмы с пылинками конечных размеров.

Первый подход связан с цепочкой уравнений Боголюбова для равновесных функций распределения. Для исследования статических свойств слабонеидеальной плазмы часто применяется цепочка уравнений Боголюбова для равновесных функций распределения, которая позволяет по известным микропотенциалам взаимодействия получать парные и многочастичные корреляционные функции системы. Часто при теоретическом анализе в качестве потенциала взаимодействия пылевых частиц выбирается экранированный потенциал Юкавы [107-109], более известный как потенциал Дебая-Хюккеля. Это означает, что можно считать микроскопические пылинки точечными зарядами [110-112], то есть среднее расстояние между ними намного превышает их размеры, что на практике не всегда выполняется. В работах [17,113,114] была предложена схема, в которой учитываются два

важных эффекта во взаимодействии пылевых частиц. К ним относятся конечность размеров самих пылевых частиц, а также поляризационные эффекты, которые наиболее просто описываются методом электростатических изображений для проводящих пылевых частиц, приобретающих дипольный момент вследствие электростатической индукции.

Для того чтобы учесть влияние плазменной среды, рассмотрим взаимодействие двух пылевых частиц в присутствии третьей, как схематически показано на рисунке 3.1 с помощью диаграммы взаимодействия *i*-ой и *j*-ой частиц в присутствии *k*-ой. Дальнейшее изложение вплоть до получения обобщённого уравнения Больцмана-Пуассона следует работе [73].

Сила, действующая на i-ую частицу со стороны всей системы, имеет вид:

$$\mathbf{F}_{ij}^{\,mac} = \mathbf{F}_{ij}^{\,mic} + \sum_k \int \mathbf{F}_{ik}^{\,mic} P(\mathbf{r}_{ik}, \mathbf{r}_{jk}) d\mathbf{r}_k \,, \tag{3.1}$$

где $\mathbf{F}_{ij}^{mic}$ – сила микроскопического взаимодействия частиц i и j, а $\mathbf{F}_{ij}^{mac}$ – макроскопическая сила, учитывающая влияние плазменной среды, $P(\mathbf{r}_{ik}, \mathbf{r}_{jk})$ – плотность вероятности нахождения k-ой частицы на определённом расстоянии от i-ой и j-ой частиц. Суммирование подразумевается по всем частицам, кроме i-ой и j-ой, а интегрирование означает усреднение по всем возможным положениям k-ой частицы.

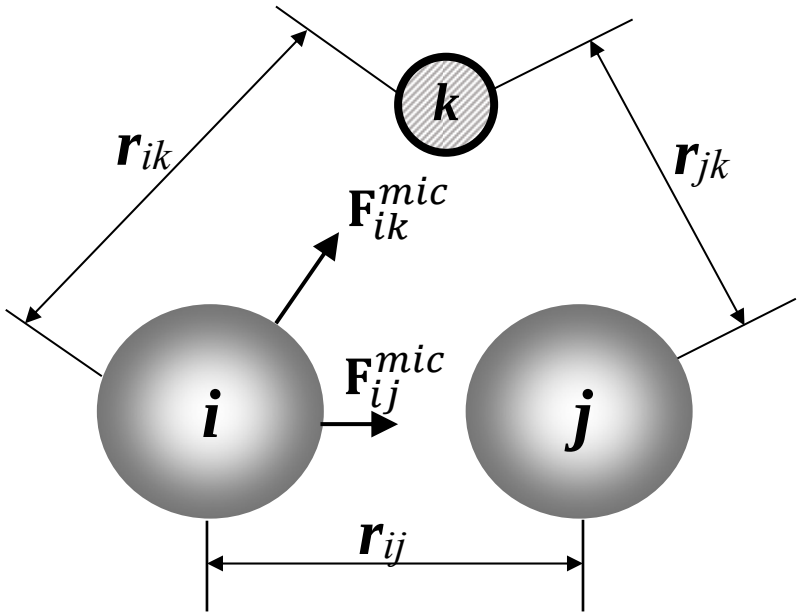


Рисунок 3.1 – Диаграмма взаимодействия i-ой и j-ой частиц в присутствии k-ой частицы

Связь микроскопической силы взаимодействия с микроскопическим потенциалом взаимодействия φ_{ij} определяется с помощью оператора набла ∇_i

$$\mathbf{F}_{ij}^{mic} = -\nabla_i \varphi_{ij} . \tag{3.2}$$

Можно аналогично предположить, что связь макроскопической силы с макроскопическим потенциалом Φ_{ij} определяется аналогичным соотношением

$$\mathbf{F}_{ij}^{mac} = -\nabla_i \Phi_{ij} . \tag{3.3}$$

Точный вид плотности вероятности $P(\mathbf{r}_{ik}, \mathbf{r}_{jk})$ фактически неизвестен и находится исходя из более последовательной теории, но мы воспользуемся наиболее простым распределением Больцмана

$$P(\mathbf{r}_{ik}, \mathbf{r}_{jk}) = \frac{1}{V} \exp\left(-\frac{\Phi_{ik} + \Phi_{jk}}{k_B T} \right), \tag{3.4}$$

где T – температура среды, V – объём системы.

Множитель $1/V$ в (3.4) добавлен из условия нормировки, так как в уравнении (3.1) производится интегрирование по всем возможным положениям k-ой частицы внутри объёма системы.

Подставив в уравнение (3.1) уравнения (3.2)-(3.4), получаем

$$\nabla_i \Phi_{ij} = \nabla_i \varphi_{ij} + \frac{1}{V} \sum_k \int \nabla_i \varphi_{ik} \exp\left(-\frac{\Phi_{ik} + \Phi_{jk}}{k_B T} \right) d\mathbf{r}_k . \tag{3.5}$$

С помощью линеаризации экспоненты в (3.5), приходим к следующему выражению

$$\nabla_i \Phi_{ij} = \nabla_i \varphi_{ij} + \frac{1}{V} \sum_k \int \nabla_i \varphi_{ik} \left(1 - \frac{\Phi_{ik}}{k_B T} - \frac{\Phi_{jk}}{k_B T} \right) d\mathbf{r}_k . \tag{3.6}$$

Вследствие сферической симметрии, первые два члена в интеграле (3.6) фактически дают нулевой вклад, что дает

$$\nabla_i \Phi_{ij} = \nabla_i \varphi_{ij} - \frac{1}{V k_B T} \sum_k \int \nabla_i \varphi_{ik} \Phi_{jk} d\mathbf{r}_k . \tag{3.7}$$

Выписав в явном виде координаты всех частиц и перейдя в (3.7) от суммирования по номерам частиц к суммированию по их сортам, получим соотношение

$$\nabla_i \Phi_{ab}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_j^b) = \nabla_i \varphi_{iab}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_j^b) - \sum_c \frac{N_c}{V k_B T} \int \nabla_i \varphi_{ac}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_k^c) \Phi_{cb}(\mathbf{r}_j^b, \mathbf{r}_k^c) d\mathbf{r}_k^c , \qquad (3.8)$$

где N_c – полное число частиц сорта c в системе.

Чтобы привести (3.8) к обобщённому уравнению Больцмана-Пуассона [40], вводим концентрацию частиц сорта $n_c = N_c / V$ и действуем оператором набла ∇_i на обе его стороны

$$\Delta_i \Phi_{ab}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_j^b) = \Delta_i \varphi_{ab}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_j^b) - \sum_{c=e,p} \frac{n_c}{k_B T} \int \Delta_i \varphi_{ac}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_k^c) \Phi_{cb}(\mathbf{r}_j^b, \mathbf{r}_k^c) d\mathbf{r}_k^c . \qquad (3.9)$$

В уравнении (3.9) суммирование производится только по электронам и протонам $c = e, p$ плазмы, так как рассматривается взаимодействие двух изолированных пылевых частиц.

Обобщённое уравнение Больцмана-Пуассона (3.9) может быть получено из цепочки уравнений Боголюбова для равновесных функций распределения в приближении парных корреляций [115]. Так как в данное уравнение входят концентрации частиц разных сортов, можно утверждать, что псевдопотенциал учитывает коллективные эффекты.

Для того, чтобы решить данную систему интегро-дифференциальных уравнений (3.9) можно перейти в Фурье-пространство, где она переходит в линейную систему алгебраических уравнений, решение которой связывает Фурье-образ макропотенциала взаимодействия $\tilde{\Phi}_{ab}$ частиц системы, который выражается через Фурье-образ микропотенциал $\tilde{\varphi}_{ab}$. В частности, решение системы уравнений (3.9) для взаимодействия двух изолированных пылевых частиц записывается так

$$\tilde{\Phi}_{dd}(\mathbf{k}) = \frac{\tilde{\varphi}_{dd}(k) - 2A\tilde{\varphi}_{ed}^2(k)(1 + A\tilde{\varphi}_{ee}(k)) + 2A\tilde{\varphi}_{ee}(k)(\tilde{\varphi}_{dd}(k) + A\tilde{\varphi}_{ed}^2(k))}{1 + 2A\tilde{\varphi}_{ee}(k)}, \qquad (3.10)$$

где $A = n / k_B T$, а $n = n_e = n_p$ – концентрация электронов и протонов.

С помощью обратного Фурье преобразования, можно получить псевдопотенциал взаимодействия макрочастиц в конфигурационном пространстве

$$\Phi_{dd}(\mathbf{r}) = \int \tilde{\Phi}_{dd}(k) \exp(-i\mathbf{kr}) d\mathbf{k}. \qquad (3.11)$$

В качестве микропотенциала взаимодействия заряженных частиц буферной плазмы выберем потенциал Кулона

$$\varphi_{ee}(r) = \varphi_{pp}(r) = -\varphi_{ep}(r) = \frac{e^2}{r}. \tag{3.12}$$

Аналогично поступаем с микропотенциали взаимодействия с участием пылевой компоненты

$$\varphi_{ed}(r) = -\varphi_{pd}(r) = \frac{Z_d e^2}{r}, \qquad \varphi_{dd}(r) = \frac{Z_d^2 e^2}{r}. \tag{3.13}$$

Характерными особенностями потенциалов Кулона (3.12) и (3.13) является их неограниченность при $r \to 0$, а также достаточно медленное убывание с расстоянием. Все это приводит к хорошо известным трудностям в теоретическом описании свойств плазмы.

Для учета конечности размеров макрочастиц сделаем замены $\varphi_{(p,e)d}(r) \to \varphi_{(p,e)d}(r+R)$, $\varphi_{dd}(r) \to \varphi_{dd}(r+2R)$ в микропотенциалах (3.12) и (3.13), тогда получим:

$$\varphi_{ee}(r) = \varphi_{pp}(r) = -\varphi_{ep}(r) = \frac{e^2}{r}, \tag{3.14}$$

$$\varphi_{ed}(r) = \frac{Z_d e^2}{r+R}, \ \varphi_{pd}(r) = -\frac{Z_d e^2}{r+R}, \tag{3.15}$$

$$\varphi_{dd}(r) = \frac{Z_d^2 e^2}{r+2R}. \tag{3.16}$$

Очевидно, что подобное преобразование просто исключает взаимное проникновение пылевых частиц друг в друга, а также проникновение электронов и протонов буферной плазмы в пылевые частицы, приводящие лишь к изменению их заряда, что уже учтено введением параметра Z_d.

Здесь следует отметить, что, в отличие от потенциалов Кулона, потенциалы (3.15) и (3.16) являются ограниченными при $r \to 0$.

Микропотенциалы взаимодействия пылевых частиц с заряженными частицами, то есть электронами и протонами буферной плазмы, и между собой также можно вычислить в рамках метода электростатических изображений в предположении, что пылевые частицы являются заряженными проводящими шарами [116]

$$\varphi_{ee}(r)=\varphi_{pp}(r)=-\varphi_{ep}(r)=\frac{e^2}{r}, \tag{3.17}$$

$$\varphi_{ed}(r)=\frac{Z_d e^2}{r}-\frac{e^2R^3}{2r^2(r^2-R^2)}, \tag{3.18}$$

$$\varphi_{pd}(r)=-\frac{Z_d e^2}{r}-\frac{e^2R^3}{2r^2(r^2-R^2)}, \tag{3.19}$$

$$\varphi_{dd}(r)=\frac{Z_d^2 e^2}{R}\left[\frac{1}{\sinh\alpha\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sinh n\alpha}}-1\right], \tag{3.20}$$

где $\cosh\alpha = r/2R$.

Следовательно, при взаимодействии заряженной частицы с проводящим заряженным шаром, то есть с пылевой частицей, вместе с чисто кулоновским взаимодействием возникает дополнительный член, который отвечает за взаимодействия заряженной частицы с индуцированными зарядами противоположенного знака. При определении взаимодействия двух заряженных проводящих шаров, в свою очередь использовался метод электрических изображений. В этом случае две заряженные пылинки взаимодействуют посредством бесконечного числа фиктивных индуцированных друг в друге зарядов. Следует отметить, что учет взаимодействия индуцированных зарядов соответствует поляризационному взаимодействию макроскопических пылевых частиц.

Чтобы исключить взаимное проникновение пылевых частиц друг в друга, в потенциалах (3.18-3.20) также необходимо осуществить преобразование $\varphi_{(p,e)d}(r)\to\varphi_{(p,e)d}(r+R)$, $\varphi_{dd}(r)\to\varphi_{dd}(r+2R)$ во избежание проникновения частиц буферной плазмы внутрь пылевых частиц и пылевых частиц друг в друга.

Были построены графики зависимостей микропотенциалов φ_{ab} от межчастичных расстояний r, которые представлены на рисунках 3.2-3.6 при $\Gamma_R=0.1$ и $Z_d=10$. Как видно из рисунков, взаимодействие электронов и протонов между собой носит обычный кулоновский характер.

При детальном рассмотрении взаимодействия между электроном и пылевой частицей на рисунке 3.4 можно сделать вывод о том, что при учете конечности размеров пылевых частиц взаимодействие носит характер чистого отталкивания, но при этом микропотенциал (3.15) становится конечным при $r\to 0$. Из рисунка 3.4 также видно, что учет поляризационных эффектов, обусловленных появлением индуцированных зарядов, приводит к смене

характера взаимодействия на малых расстояниях. Можно сказать, что отталкивание сменяется притяжением, причем микропотенциал взаимодействия (3.19) вновь становится неограниченным при $r \to 0$.

На рисунке 3.5 показано взаимодействие протона с пылевой частицей, который носит совершенно другой характер. Так как ранее было сказано, что пылевая частица заряжается отрицательно, то в силу противоположности зарядов протон притягивается пылевой частицей, а поляризационные эффекты лишь усиливают это притяжение. Тем не менее, и здесь при учете только конечности размеров пылевых частиц потенциал становится ограниченным при $r \to 0$.

Исходя из построенных графиков, можно сказать, что отрицательно заряженные пылевые частицы отталкивают друг друга, учет конечности размеров приводит к ограниченности микропотенциалов при сближении пылевых частиц, а поляризационные эффекты ослабляют отталкивание между ними. Отсюда следует, что поляризационные эффекты, вызванные явлением электростатической индукции, всегда приводят к появлению дополнительного механизма притяжения во взаимодействии частиц пылевой плазмы между собой.

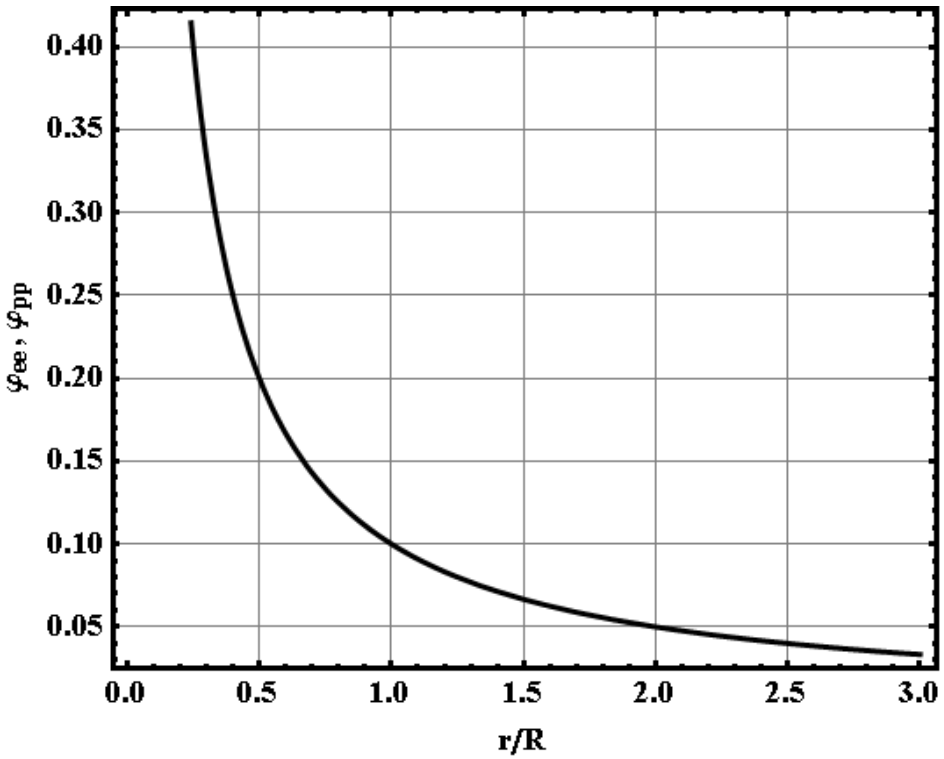


Рисунок 3.2 – Микропотенциал взаимодействия электрон-электрон и протон-протон при $\Gamma_R = 0.1$

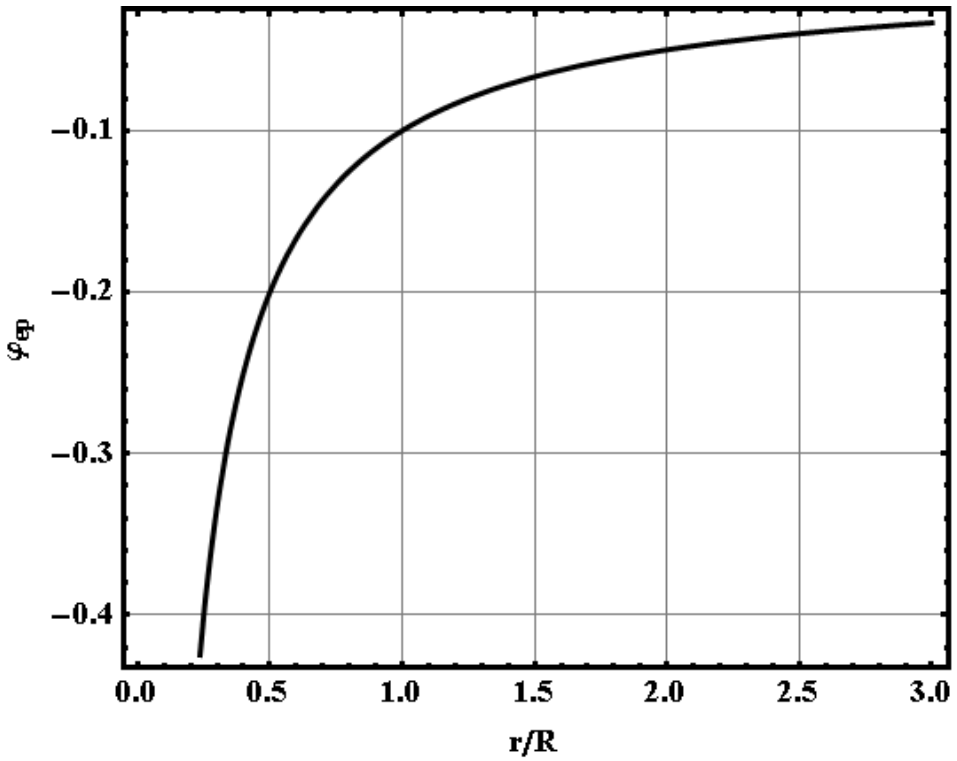
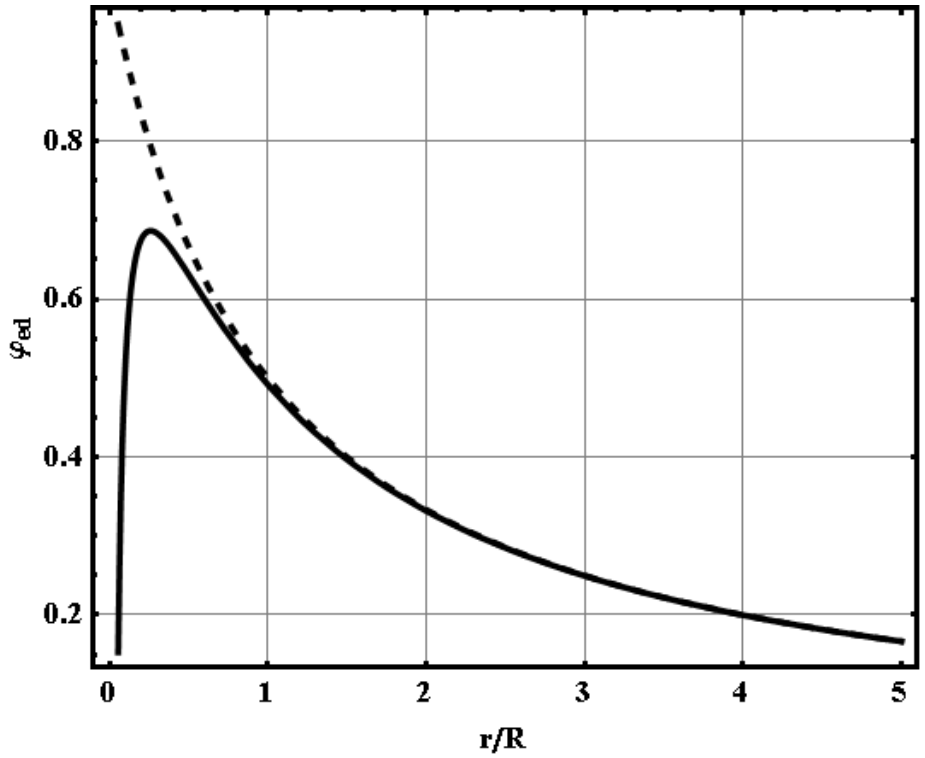
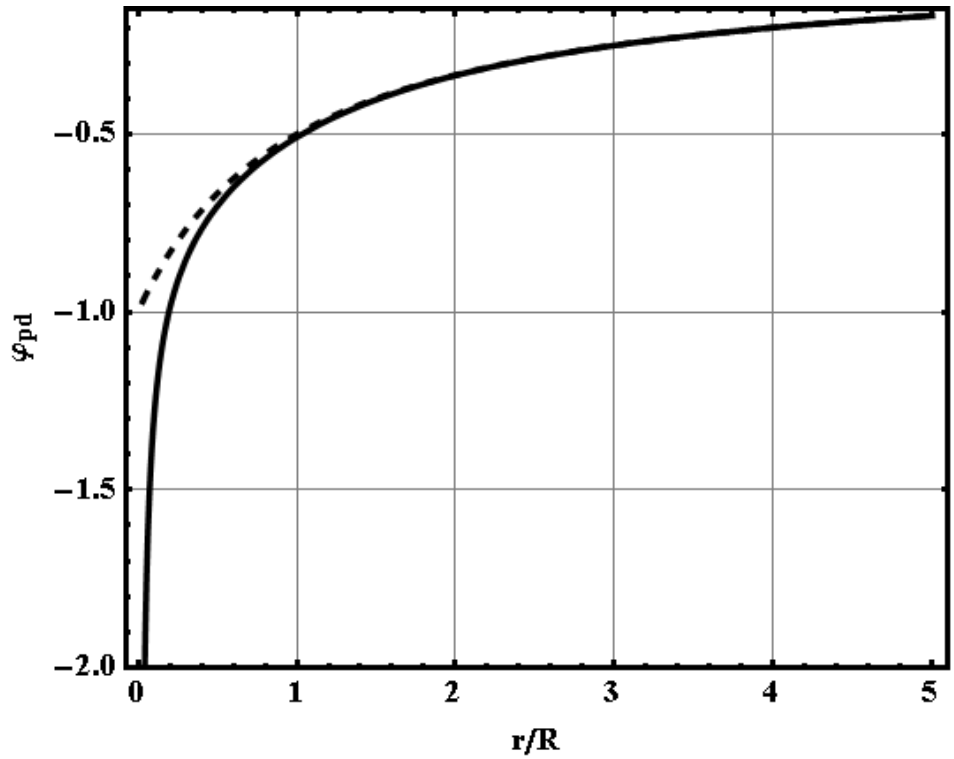


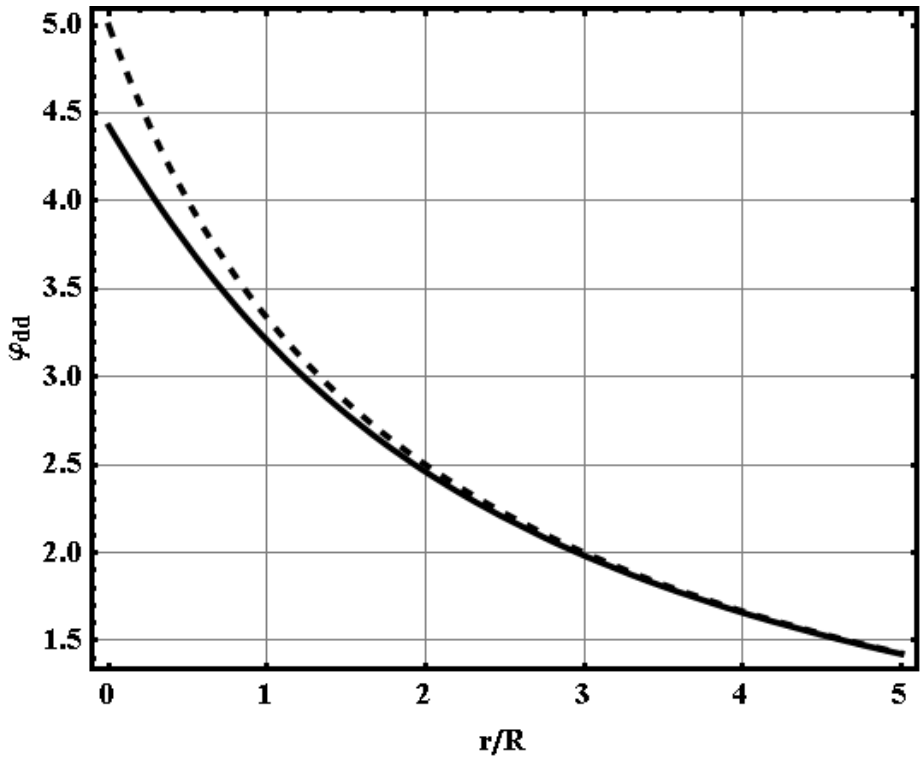
Рисунок 3.3 – Микропотенциал взаимодействия между электроном и протоном при $\Gamma_R = 0.1$



Сплошная линия – микропотенциал (3.18)
Штриховая линия – микропотенциал (3.15)
Рисунок 3.4 – Микропотенциал взаимодействия электрона с пылевой частицей при $\Gamma_R = 0.1$ и $Z_d = 10$



Сплошная линия – микропотенциал (3.19)
Штриховая линия – микропотенциал (3.15)
Рисунок 3.5 – Микропотенциал взаимодействия протона с пылевой частицей при $\Gamma_R = 0.1$ и $Z_d = 10$



Сплошная линия – микропотенциал (3.20)
Штриховая линия – микропотенциал (3.16)
Рисунок 3.6 – Микропотенциал взаимодействия пылевых частиц между собой при $\Gamma_R = 0.1$ и $Z_d = 10$

Ранее была изложена теория перенормировки взаимодействия, основанная на решении обобщенного уравнения Больцмана-Пуассона, которое будет использовано для установления характера взаимодействия пылевых частиц. Для этого нам нужно осуществить переход в Фурье- пространство и найти Фурье-образы микропотенциалов взаимодействия частиц между собой.

Фурье-образы кулоновских микропотенциалов (3.14) имеют следующий вид:

$$\tilde{\varphi}_{ee}(k) = \tilde{\varphi}_{pp}(k) = -\tilde{\varphi}_{ep}(k) = \frac{4\pi e^2}{k^2}. \tag{3.21}$$

Аналогичные выражения также справедливы для Фурье-образов микропотенциалов (3.17). Фурье-образы микропотенциалов взаимодействия заряженных частиц плазмы, то есть электронов и протонов, с пылевой компонентой и пылевых частиц между собой (3.15), (3.16) приведены ниже:

$$\tilde{\varphi}_{pd}(k) = -\frac{4\pi Z_d e^2}{k^2} + \frac{4\pi Z_d e^2 R}{k}\left[\mathrm{Ci}(kR)\sin(kR) + \frac{1}{2}\cos(kR)(\pi - 2\mathrm{Si}(kR))\right], \tag{3.22}$$

$$\tilde{\varphi}_{ed}(k) = \frac{4\pi Z_d e^2}{k^2} - \frac{4\pi Z_d e^2 R}{k}\left[\mathrm{Ci}(kR)\sin(kR) + \frac{1}{2}\cos(kR)(\pi - 2\mathrm{Si}(kR))\right], \tag{3.23}$$

$$\tilde{\varphi}_{dd}(k) = \frac{4\pi Z_d^2 e^2}{k^2} - \frac{8\pi Z_d^2 e^2 R}{k}\left[\mathrm{Ci}(2kR)\sin(2kR) + \frac{1}{2}\cos(2kR)(\pi - 2\mathrm{Si}(2kR))\right], \tag{3.24}$$

где $\mathrm{Ci}(x) = -\int_x^\infty (\cos t / t)dt$ и $\mathrm{Si}(x) = \int_0^x (\sin t / t)dt$ – интегральный косинус и синус соответственно.

Фурье-образы микропотенциалов (3.19), (3.20) с учетом преобразований $\varphi_{(p,e)d}(r) \to \varphi_{(p,e)d}(r+R)$, $\varphi_{dd}(r) \to \varphi_{dd}(r+2R)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\tilde{\varphi}_{pd}(k) = &-\frac{4\pi Z_d e^2}{k^2} + \frac{4\pi Z_d e^2 R}{k}\left[\mathrm{Ci}(kR)\sin(kR) + \frac{1}{2}\cos(kR)(\pi - 2\mathrm{Si}(kR))\right] - \\ &- \frac{\pi e^2 R}{k}[2\mathrm{Ci}(kR)\sin(kR) - 2\mathrm{Ci}(2kR)\sin(2kR) + \cos(kR)\times \\ &\times(\pi - 2\mathrm{Si}(kR)) - \cos(2kR)(\pi - 2\mathrm{Si}(2kR))],\end{aligned} \tag{3.25}$$

$$\tilde{\varphi}_{ed}(k)=\frac{4\pi Z_d e^2}{k^2}-\frac{4\pi Z_d e^2 R}{k}\left[\mathrm{Ci}(kR)\sin(kR)+\frac{1}{2}\cos(kR)(\pi-2\mathrm{Si}(kR))\right]-$$
$$-\frac{\pi e^2 R}{k}[2\mathrm{Ci}(kR)\sin(kR)-2\mathrm{Ci}(2kR)\sin(2kR)+\cos(kR)\times \quad (3.26)$$
$$\times(\pi-2\mathrm{Si}(kR))-\cos(2kR)(\pi-2\mathrm{Si}(2kR))],$$

$$\tilde{\varphi}_{dd}(k)=\frac{4\pi Z_d^2 e^2}{k^2}+\frac{Z_d^2 e^2 R}{k}f(k)-\frac{8\pi Z_d e^2 R}{k}\times$$
$$\times\left[\mathrm{Ci}(2kR)\sin(2kR)+\frac{1}{2}\cos(2kR)(\pi-2\mathrm{Si}(2kR))\right], \quad (3.27)$$

где $f(k)$ – некоторая известная интерполяционная функция, рассчитываемая численно.

Таким образом, найдены аналитические выражения для Фурье-образов микропотенциалов, в проекте (инвентарный номер №0212РК00956) были графически проанализированы в зависимости от волнового числа и использованы для определения эффективного потенциала взаимодействия пылевых частиц в плазме.

Для восстановления псевдопотенциала взаимодействия пылевых частиц по известным Фурье-образам, сначала рассмотрим предельный случай точечных пылевых частиц, иначе говоря, полностью пренебрежем их размерами. В этом случае псевдопотенциал удается восстановить в аналитическом виде и получается хорошо известный и апробированный потенциал Юкавы

$$\Phi_{dd}(r)=\frac{Z_d^2 e^2}{r}\exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right), \quad (3.28)$$

где $\lambda_D=\sqrt{k_B T/8\pi n e^2}$ – дебаевский радиус экранирования.

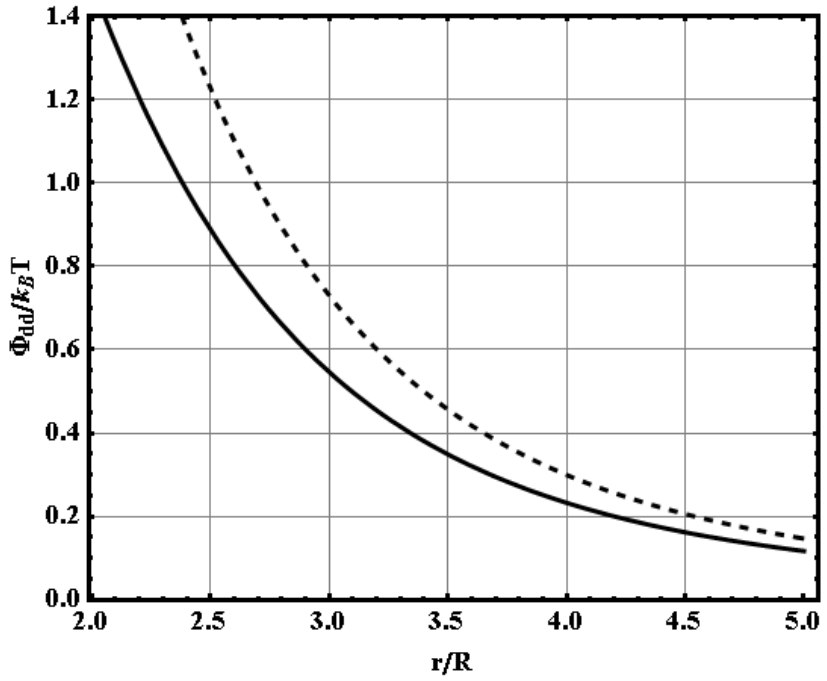
Потенциал вида (3.28) часто применяется при теоретических расчетах и компьютерном моделировании [117-119]. Из приведенного вывода следует, что при использовании формулы (3.28) для псевдопотенциала полностью пренебрегают конечностью размеров пылинок и их поляризацией. Очевидно, что это возможно только в том случае, когда среднее расстояние между пылинками много больше их характерного радиуса.

На рисунке 3.7 построены графики зависимостей псевдопотенциалов взаимодействия от безразмерного расстояния. Сплошной кривой представлен псевдопотенциал, при расчете которого использовались микропотенциалы (3.21), (3.25)-(3.27), учитывающие как конечные размеры пылевых частиц, так и поляризационные явления, а штрихованная кривая соответствует псевдопотенциалу взаимодействия, рассчитанному на основе микропотенциалов (3.21)-(3.24), учитывающих только конечные размеры

пылевых частиц. Из рисунка видно, что электростатическая индукция приводит к ослаблению парного потенциала взаимодействия пылевых частиц, так как появляется дополнительный механизм притяжения между пылинками.

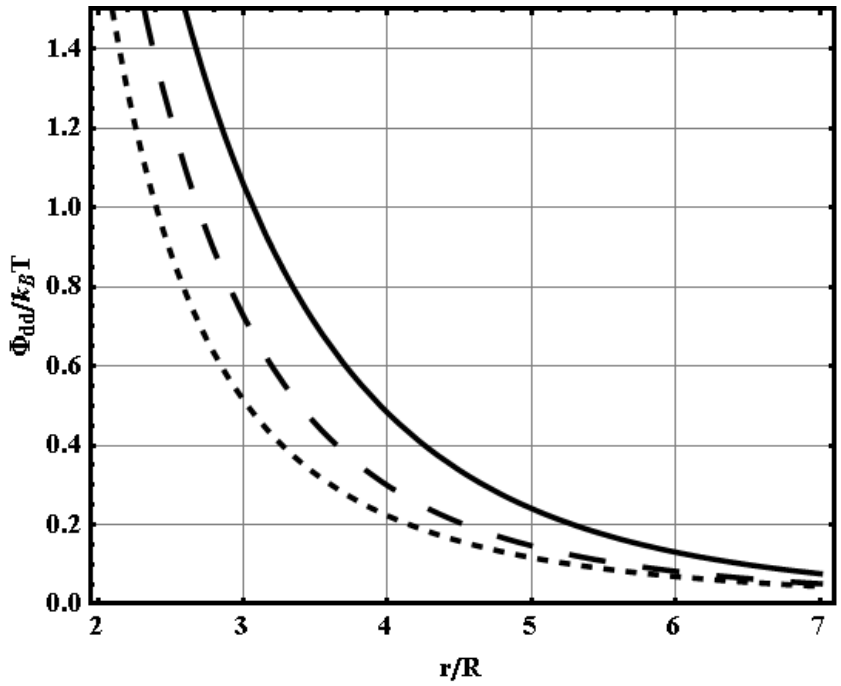
Ниже на рисунках 3.8-3.9 показано, как влияют изменения параметра экранирования и параметра неидеальности на псевдопотенциал взаимодействия пылевых частиц. В частности, из рисунка 3.8 видно, что при увеличении параметра экранирования κ значения псевдопотенциала уменьшаются. Это, как уже было отмечено выше, соответствует усилению экранировки поля, вызываемой заряженной компонентой буферной плазмы. С другой стороны, при уменьшении параметра неидеальности уменьшаются и соответствующие значения псевдопотенциала, что вполне очевидно с физической точки зрения.

Следовательно, полученный псевдопотенциал взаимодействия естественным образом включает экранировку поля зарядов пылевых частиц, но не включает в себя концентрацию пылевых частиц, тем самым соответствуя взаимодействию двух изолированных пылинок. Это в свою очередь означает, что этот псевдопотенциал взаимодействия можно использовать как в различных теоретических подходах, рассматривающих пылевую компоненту как однокомпонентную систему частиц, взаимодействующих по закону типа (3.28), так и в компьютерном моделировании.



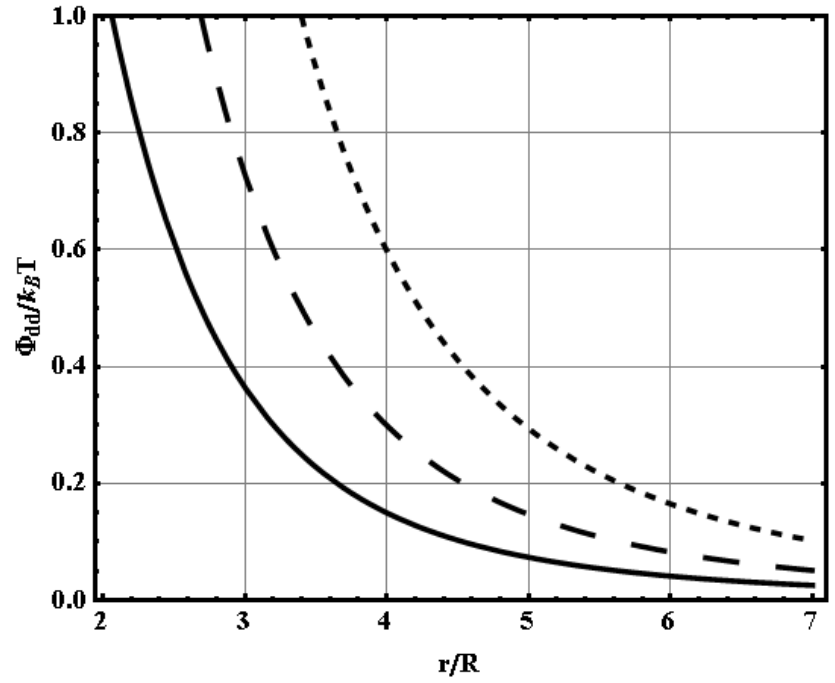
Сплошная кривая – псевдопотенциал взаимодействия на основе микропотенциалов (3.21), (3.25)-(3.27);
Точечная кривая – псевдопотенциал взаимодействия на основе микропотенциалов (3.21)-(3.24)

Рисунок 3.7 – Зависимость псевдопотенциала взаимодействия пылевых частиц между собой от безразмерного расстояния r / R при $\Gamma_R = 0.1$, $\kappa = 2$ и $Z_d = 10$



Сплошная кривая: $\kappa = 1$; Штриховая кривая: $\kappa = 2$; Точечная кривая: $\kappa = 10$

Рисунок 3.8 – Зависимость псевдопотенциала взаимодействия пылевых частиц между собой на основе микропотенциалов (3.21), (3.25)-(3.27) от безразмерного расстояния r / R при $\Gamma_R = 0.1$ и $Z_d = 10$



Сплошная кривая – $\Gamma_R = 0.05$; Штриховая кривая – $\Gamma_R = 0.1$; Точечная кривая – $\Gamma_R = 0.2$

Рисунок 3.9 – Зависимость псевдопотенциала взаимодействия пылевых частиц между собой на основе микропотенциалов (3.21), (3.25)-(3.27) от безразмерного расстояния r / R при $\kappa = 2$ и $Z_d = 10$

В заключение использования данного подхода можно сказать следующее: по сравнению с чистым потенциалом Кулона учет конечности размера пылевых частиц и эффект поляризации фактически приводят к некоторому эффективному механизму притяжения, влияние которого на взаимодействие пылевых частиц ранее в литературе не изучалось.

Второй подход состоит в применении теории функций диэлектрического отклика. Для изучения динамических свойств плазмы часто применяется теория функций диэлектрического отклика, которая может быть записана как в приближении хаотических фаз, так и с поправками на локальное поле. Полученная таким образом диэлектрическая проницаемость плазменной среды позволяет описать различные электродинамические процессы, например, дисперсию и декремент затухания пыле-акустических мод.

Все построенные до настоящего времени модели взаимодействия пылевых частиц в плазменной среде используют идею о «самогравитации», то есть заряженные частицы распределяются в пространстве в соответствии с величиной поля, которое создают как внешние источники, так и сами эти заряды. В этом проявляется самосогласованность плазменной системы. Такой подход не вызывает проблем до тех пор, пока не встает вопрос о том, что происходит в области контакта плазменной среды с твердым телом. То, что происходит на границе плазмы, имеет существенное значение для определения заряда пылинок, которые с точки зрения плазменной среды являются макроскопическими твердыми телами. Даже для получения корректного граничного условия, связывающего заряд пылинок с напряженностью электрического поля вблизи ее поверхности, необходимо использовать электродинамику плазмы.

Последовательная электродинамическая теория распределения заряженных частиц вокруг твердого тела, называемая в литературе приповерхностным плазменным слоем, еще далека от своего завершения в силу огромного разнообразия происходящих элементарных процессов. С физической точки зрения она должна трактовать плазму как сплошную диэлектрическую среду с сильной пространственной дисперсией, в которой локальные плазменные параметры, такие как концентрация частиц, меняются от точки к точке. Построение подобной теории является задачей ближайшего будущего, а в данной работе используются простейшие идеи, позволяющие оценить влияние использования строгих электродинамических соотношений на взаимодействие заряженных пылинок в плазме.

Граничные условия для приповерхностного плазменного слоя. Широко распространено мнение, что заряд пылевых частиц определяется нормальной составляющей напряженности электрического поля на поверхности частиц. Этот вывод обычно делается из следующего уравнения для напряженности электрического поля, записанного для цилиндра сечением S, показанного на рисунке 3.10:

$$\oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{dS} = 4\pi(\sigma S + \rho_{pl} V), \qquad (3.29)$$

где σ – поверхностная плотность заряда пылевой частицы, а ρ_{pl} – объемная плотность заряда буферной плазмы.

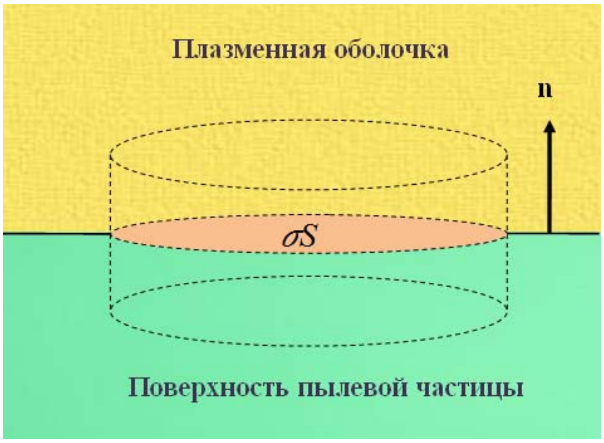


Рисунок 3.10 – Схема для нахождения граничных условий

В частном случае пылевые частицы можно считать проводящими, так что электрическое поле под поверхностью пылевой частицы будет равняться нулю, поэтому выражение (3.29) для бесконечно тонкого цилиндра $V \to 0$, переписывается в виде

$$E_n = 4\pi\sigma. \tag{3.30}$$

Граничное условие (3.30) неверно с точки зрения электродинамики плазмы, так как цилиндр в уравнении (3.29) не может быть бесконечно тонким, в противном случае необходимо рассматривать микроскопические электрические поля, которые быстро осциллируют с течением времени, в отличие от усредненного макроскопического электрического поля в уравнении (3.29).

Для того чтобы правильно определить граничное условие необходимо использовать следующее уравнение для вектора электрической индукции

$$\oint \mathbf{D} \cdot \mathbf{dS} = 4\pi\sigma S. \tag{3.31}$$

Теперь при рассмотрении тонкого цилиндра, содержащего достаточное число частиц плазмы, выражение (3.31) дает правильное граничное условие для вектора электрической индукции в плазме вблизи поверхности пылевой частицы

$$D_n = 4\pi\sigma. \tag{3.32}$$

Граничное условие (3.32) существенно отличается от (3.30), так как вектор смещения $\mathbf{D}$ выражается в терминах напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ в

статическом случае электродинамики плазмы с помощью интегрального соотношения

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \int \varepsilon(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)\mathbf{dr}_1. \tag{3.33}$$

где $\varepsilon(\mathbf{r})$ – диэлектрическая функция плазменной среды в конфигурационном пространстве.

Таким образом, ясно, что для корректного описания взаимодействия пылевых частиц в рамках электродинамики плазмы необходимо рассматривать пространственно-ограниченную плазму с граничным условием (3.32) и построить точную теорию приповерхностного плазменного слоя.

Теория линейного диэлектрического отклика в приближении хаотических фаз. Простейшая теория взаимодействия частиц пылевой плазмы в рамках классической электродинамики была построена, а проекте (инвентарный номер №0216РК00652) Как было показано в [120], этот подход позволяет адекватно описывать явление экранировки поля и конечность размеров самих пылевых частиц.

Известно, что в пространственно-бесконечной плазме преобразование Фурье экранированного потенциала взаимодействия между пылевыми частицами выражается с помощью истинного микроскопического потенциала взаимодействия $\varphi(\mathbf{k})$ и статической диэлектрической функции плазмы в Фурье пространстве $\varepsilon(\mathbf{k})$, и записывается как:

$$\Phi(\mathbf{k}) = \frac{\varphi(\mathbf{k})}{\varepsilon(\mathbf{k})}. \tag{3.34}$$

Статическая диэлектрическая функция $\varepsilon(\mathbf{k})$ в приближении хаотических фаз имеет следующий вид:

$$\varepsilon(k) = 1 + \frac{k_D^2}{k^2}, \tag{3.35}$$

где $k_D = 1/\lambda_D$ определяет волновое число, обратное дебаевскому радиусу экранировки λ_D.

Используя теорему о свертке, удобно в дальнейшем переписать соотношение (3.34) в виде

$$\Phi(\mathbf{r}) = \int \varepsilon^{-1}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)\varphi(\mathbf{r}_1)\mathbf{dr}_1\,, \tag{3.36}$$

где $\varepsilon^{-1}(r)$ определяется с помощью выражения (3.35) и выглядит следующим образом:

$$\varepsilon^{-1}(r) = \delta(r) - \frac{k_D^2}{2\pi r}\exp(-k_D r). \qquad (3.37)$$

Для практического применения формул (3.36) и (3.37), которые были получены изначально для бесконечной плазменной среды, к плазме конечных размеров будем трактовать пылевые частицы как точечные заряды, расстояние между которыми отсчитывается от их поверхностей, как схематически изображено на рисунке 3.11.

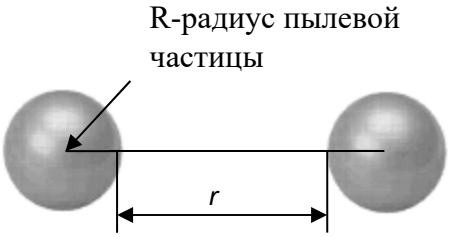


Рисунок 3.11 – Взаимодействие двух изолированных пылевых частиц без учета среды

Теперь, учитывая конечность размера пылевых частиц и отсчитывая расстояния r от поверхностей взаимодействующих частиц, микропотенциал взаимодействия $\varphi_{ab}(r)$ для двух изолированных заряженных частиц можно формально записать следующим образом:

$$\varphi_{ab}(r) = \frac{Q_{ab}}{r + R_{ab}}, \qquad (3.38)$$

где введены следующие обозначения $Q_{ed} = -Q_{pd} = Z_d e^2$, $R_{ed} = R_{pd} = R$ и $Q_{dd} = Z_d^2 e^2$, $R_{dd} = 2R$, которые используются для взаимодействия между частицами плазмы и пылевыми частицами, а также для взаимодействия между пылевыми частицами соответственно, r – расстояние между соответствующими поверхностями.

Сила взаимодействия, обусловленная потенциалом (3.38), имеет дальнодействующий характер, поэтому на взаимодействие частиц в плазме большое влияние оказывает их окружение, то есть в ней существенную роль играют коллективные явления, или так называемые эффекты экранировки. Целью дальнейшего является получение потенциала взаимодействия пылевых частиц, который учитывает, как конечность их размеров, так и влияние плазменной среды.

Подставляя выражения (3.37) и (3.38) в (3.36), в конечном итоге получаем аналитический вид экранированного потенциала [121-123]

$$\Phi_{ab}(r) = \varphi_{ab}(r) - \frac{Q_{ab}}{r}\left[1 - \exp(-k_D r) - k_D R_{ab}\, \mathrm{B}_{ab}(r)\right], \tag{3.39}$$

где

$$\begin{aligned}\mathrm{B}_{ab}(r) = {} & \exp(k_D(R_{ab}+r))\,\mathrm{Ei}(k_D(R_{ab}+r)) - \exp(k_D(R_{ab}-r))\,\mathrm{Ei}(k_D R_{ab}) + \\ & + \exp(-k_D(R_{ab}+r))\left[\mathrm{Ei}(k_D R_{ab}) - \mathrm{Ei}(-k_D(R_{ab}+r)\right]\end{aligned} \tag{3.40}$$

с экспоненциальной интегральной функцией

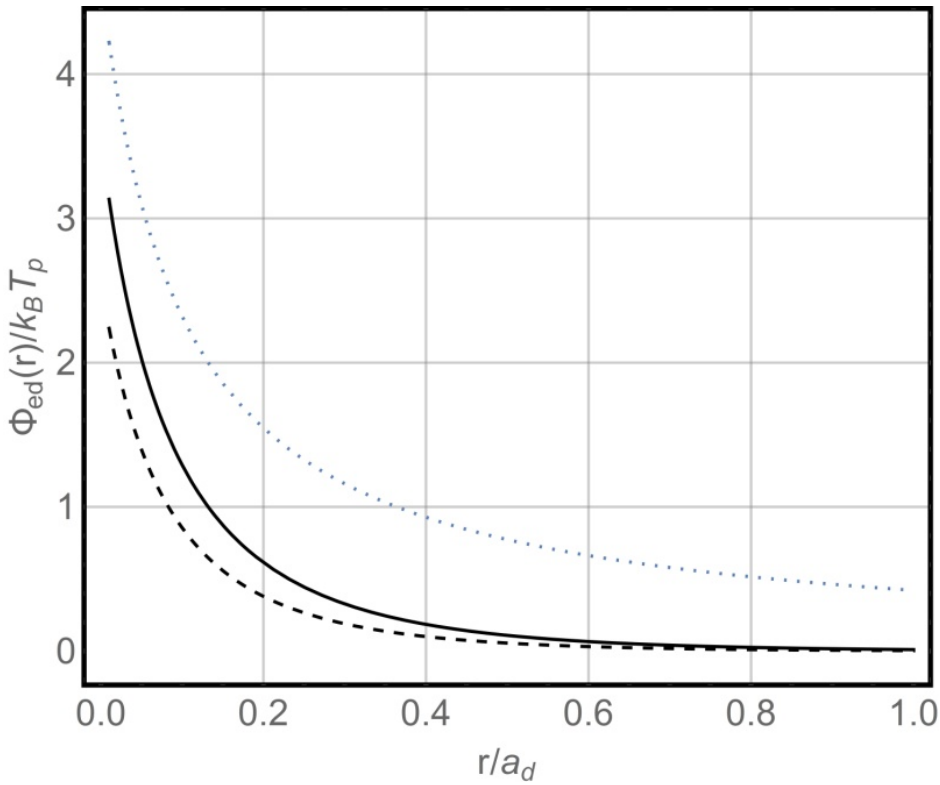
$$\mathrm{Ei}(x) = \int_x^{\infty} \frac{\exp(-t)}{t}\, dt. \tag{3.41}$$

Из литературных данных известно, что эффекты экранировки начинают проявляться, начиная от поверхности пылевой частицы, что в теории Дебая приводит к следующему потенциалу взаимодействия:

$$\Phi_{Debye}(r) = \frac{Q_{ab}}{r + R_{ab}} \exp(-k_D r)\,. \tag{3.42}$$

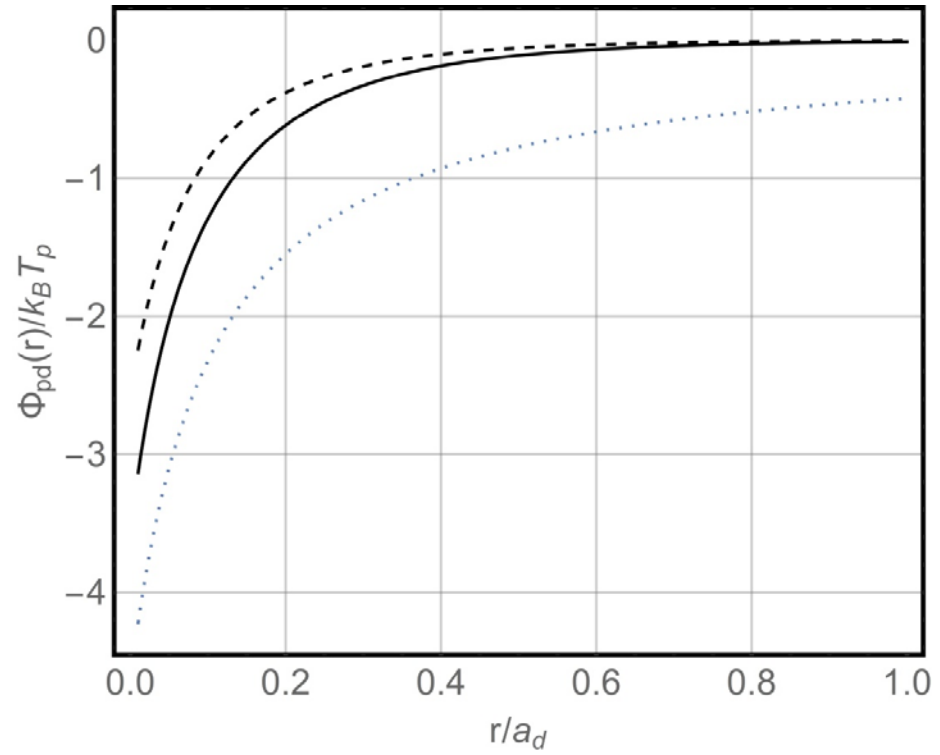
Стоит отметить, что полученный потенциал взаимодействия пылевых частиц будет использован для расчета заряда пылевых частиц, статических корреляционных функций, которые в свою очередь необходимы для изучения термодинамических свойств плазмы и динамических характеристик пылевой компоненты с помощью метода моментов.

На рисунках 3.12-3.14 приведено сравнение полученного потенциала взаимодействия (3.39) с микропотенциалом (3.38) и потенциалом типа Юкавы (3.42). Видно, что экранировка поля ослабляет взаимодействие между заряженными частицами оп сравнению с микропотенциалом взаимодействия, а предложенный экранированный потенциал (3.39) лежит систематически выше потенциала Юкавы (3.42). Результаты численного анализа показали, что разность между полученным экранированным потенциалом, микропотенциалом и потенциалом Юкавы на малых расстояниях возрастает при увеличении параметра экранирования.



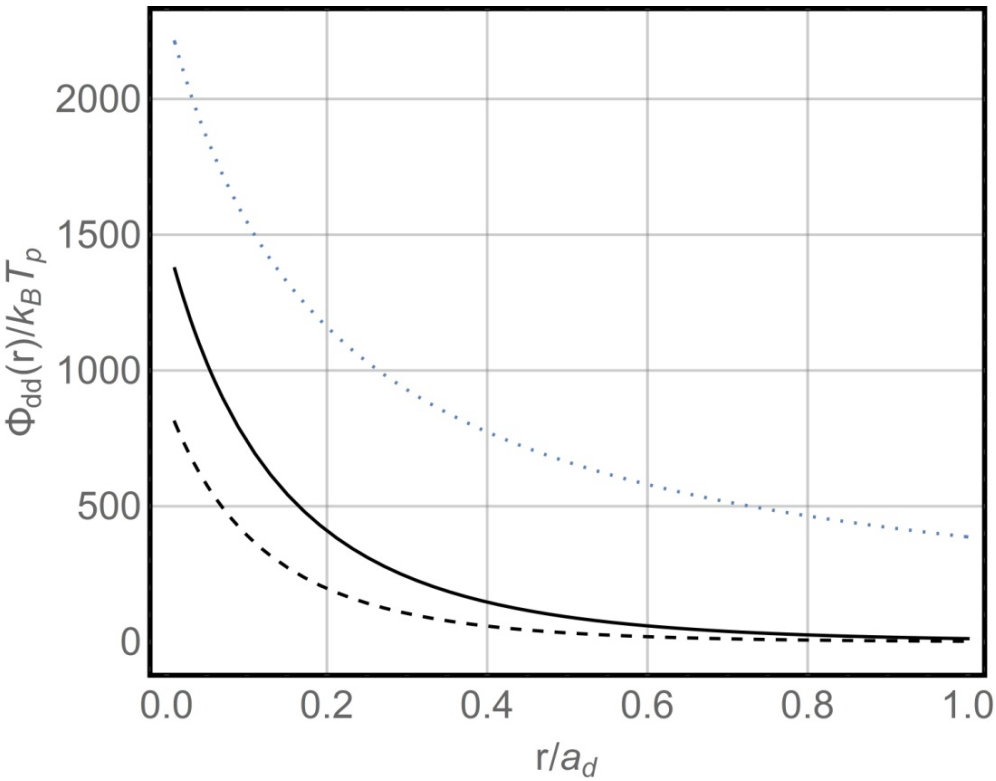
Пунктирная линия: микропотенциал (3.38); штриховая линия: потенциал Дебая (3.42); сплошная линия: экранированный потенциал (3.39)

Рисунок 3.12 – Зависимость псевдопотенциала взаимодействия электрона с пылевой частицей при $\Gamma_R = 0.1$ и $Z_d = 10$



Пунктирная линия: микропотенциал (3.38); штриховая линия: потенциал Дебая (3.42); сплошная линия: экранированный потенциал (3.39)

Рисунок 3.13 – Зависимость псевдопотенциала взаимодействия протона с пылевой частицей при $\Gamma_R = 0.1$ и $Z_d = 10$



Пунктирная линия: микропотенциал (3.38); штриховая линия: потенциал Дебая (3.42); сплошная линия: экранированный потенциал (3.39)

Рисунок 3.14 – Зависимость псевдопотенциала взаимодействия пылевых частиц между собой при $\Gamma_R = 0.1$ и $Z_d = 10$

Рассмотрим два интересных предельных случая для потенциала взаимодействия между пылинками (3.39). В случае очень малых пылевых частиц $k_D R \to 0$, когда их можно считать практически точечными, потенциал взаимодействия переходит в широко применяемый потенциал Юкавы

$$\Phi_{dd}(r) = \frac{Z_d^2 e^2}{r} \exp(-k_D r). \tag{3.43}$$

Другой предельный случай соответствует очень большим пылевым частицам $k_D R \gg 1$ и приводит к выражению

$$\Phi_{dd}(r) = \frac{4 Z_d^2 e^2 R}{k_D^2 r (r+2R)^3} - \frac{Z_d^2 e^2}{2 k_D^2 R^2 r} \exp(-k_D r). \tag{3.44}$$

Интересно отметить, что экспоненциальный характер спадания потенциала взаимодействия для малых пылевых частиц в формуле (3.43) фактически сменяется обратным степенным законом для больших пылевых частиц, о чем свидетельствует первый член в формуле (3.44).

Заряд пылевых частиц в плазме. Для определения заряда пылевых частиц используется приближение ограниченного орбитального движения, которое

широко применяется в теории зондов и позволяет, исходя из законов сохранения энергии и момента импульса, рассчитать сечения поглощения электронов и протонов пылевой частицей [124]. При этом считается, что электроны и протоны движутся в поле пылевой частицы независимо друг от друга по баллистическим траекториям, поэтому должны соблюдаться условия:

$$R \ll r_D \ll \ell_{e(p)}, \tag{3.45}$$

где $l_{e(\mathrm{p})}$ – длины свободного пробега электронов и протонов соответственно. Первое неравенство в (3.45) позволяет пренебречь эффектами экранировки поля, а второе – считать траектории частиц плазмы в поле пылинки баллистическими, то есть происходящими без столкновений.

Рассмотрим движение точечной частицы массой m в центральном силовом поле с потенциальной энергией $U(r)$. Известно, что движение происходит в плоскости, а выражение для функции Лагранжа в полярных координатах $(r,\ \theta)$ имеет вид

$$L = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) - U(r). \tag{3.46}$$

Координата φ является циклической, то есть $\partial L / \partial \theta = 0$, а соответствующее уравнение Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = \frac{\partial L}{\partial \theta}, \tag{3.47}$$

легко интегрируется и дает закон сохранения момента импульса M относительно рассеивающего центра

$$M = \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = mr^2\dot{\theta} = const. \tag{3.48}$$

Выразив $\dot{\theta}$ из уравнения (3.48) и подставляя его в выражение для полной энергии, получаем

$$E = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) + U(r) = \frac{m\dot{r}^2}{2} + U(r) + \frac{M^2}{2mr^2}. \tag{3.49}$$

Из (3.49) можно заключить, что движение в центральном силовом поле можно рассматривать как одномерное с эффективной потенциальной энергией

$$U^{eff}(r) = U(r) + \frac{M^2}{2mr^2}. \tag{3.50}$$

Пусть частица в начальный момент времени движется на большом расстоянии от силового центра со скоростью v_0 и прицельным параметром ρ, тогда ее момент импульса равен

$$M = mv_0\rho, \tag{3.51}$$

а так как полная энергия частицы равна $E = mv_0^2 / 2,$ то выражение для эффективной энергии переписывается в виде

$$U^{eff}(r) = U(r) + E\frac{\rho^2}{r^2}. \tag{3.52}$$

Очевидно, что границы области движения по координате r определяются из уравнения

$$U^{eff}(r) = E. \tag{3.53}$$

Схематически процесс рассеяния на пылевой частице с указанием введенных параметров представлен на рисунке 3.15.

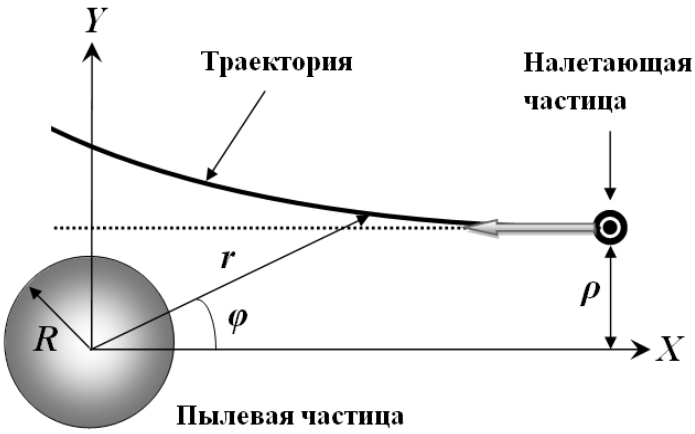


Рисунок 3.15 – Рассеяние в центрально-симметричном поле пылевой частицы

Рассчитаем заряд пылевой частицы с учетом ее поляризации, рассчитываемой в рамках метода электростатических изображений, что приводит к существенной модификации схемы расчета методом ограниченного орбитального движения. Необходимость учета поляризации связана с поверхностными эффектами при поглощении электронов и протонов пылевой частицей, связанной, в частности, с тем, что для извлечения электронов из твердого тела необходимо совершить некоторую работу, которая называется

работой выхода. Это фактически означает, что пылевая частица является потенциальной ямой для электронов буферной плазмы.

Рассмотрим взаимодействие протона со сферической пылевой частицей радиуса R и зарядом Z_d. Для учета эффектов поляризации пылевой частицы определим потенциальную энергию взаимодействия с помощью метода электростатических изображений, который дает [116]

$$U_{dp}(r) = -\frac{Z_d e^2}{r} - \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\right)\frac{e^2 R^3}{2r^2(r^2 - R^2)}, \tag{3.54}$$

энергия взаимодействия электрона с пылевой частицей имеет вид

$$U_{de}(r) = \frac{Z_d e^2}{r} - \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\right)\frac{e^2 R^3}{2r^2(r^2 - R^2)}. \tag{3.55}$$

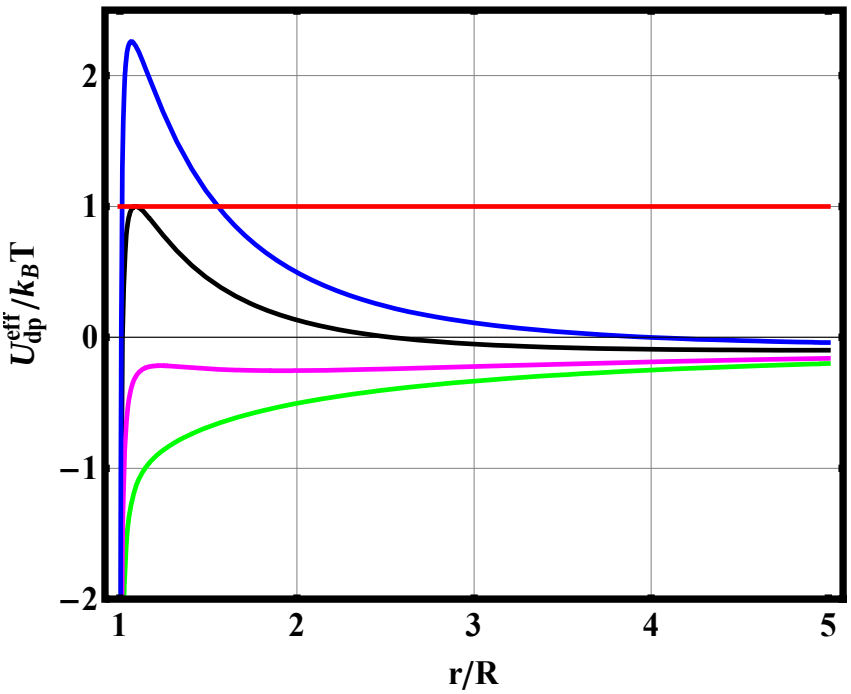
Здесь ε – относительная диэлектрическая проницаемость вещества пылинок, из которого изготовлена пылинка. В дальнейшем для простоты будем предполагать, что пылинка является проводящей, а значит формально в выражениях (3.54) и (3.55) можно положить $\varepsilon = \infty$.

Рассмотрим процесс поглощения пылевой частицей протона с некоторой фиксированной энергией E и прицельным параметром ρ, который в данном случае определяется эффективной потенциальной энергией

$$U_{dp}^{eff}(r, \rho, E) = -\frac{Z_d e^2}{r} - \frac{e^2 R^3}{2r^2(r^2 - R^2)} + E\frac{\rho^2}{r^2}. \tag{3.56}$$

При прицельном параметре $\rho = 0$, эффективная потенциальная энергия взаимодействия протона с пылевой частицей является монотонно возрастающей функцией расстояния между ними, всюду отрицательна и стремится к $-\infty$ при приближении протона к поверхности пылевой частицы. Такие протоны, очевидно, поглощаются пылинкой. При фиксированной энергии и увеличении прицельного параметра на кривой эффективной потенциальной энергии появляется максимум, величина которого растет с увеличением ρ. При малых значениях прицельного параметра протоны будут поглощаться пылевой частицей, но при некотором значении ρ_{dp} величина максимума эффективной потенциальной энергии сравняется с полной энергией протона и произойдет его отражение от этого максимума. Очевидно, что это значение ρ_{dp} и определяет сечение поглощения, равное $\sigma_{dp} = \pi\rho_{dp}^2$. Это продемонстрировано на рисунке 3.16, из которого видно, что протон с энергией $E / k_B T = 1$ и прицельными параметрами $\rho = 0$ и $\rho = 1$ поглощается пылевой частицей, а при прицельном параметре $\rho = 2$ – отражается. Значению $\rho \approx 1.6$

соответствует черная линия на рисунке 3.16, которая разделяет области поглощения и отражения протона с энергией $E/k_BT=1$ пылевой частицей.



Зеленая линия: $\rho=0$; пурпурная линия: $\rho=1$; черная линия: $\rho\approx1.6$ – соответствует критическому значению, при котором начинается отражение протона пылевой частицей; синяя линия: $\rho=2$; красная линия: полная энергия частицы $E/k_BT=1$

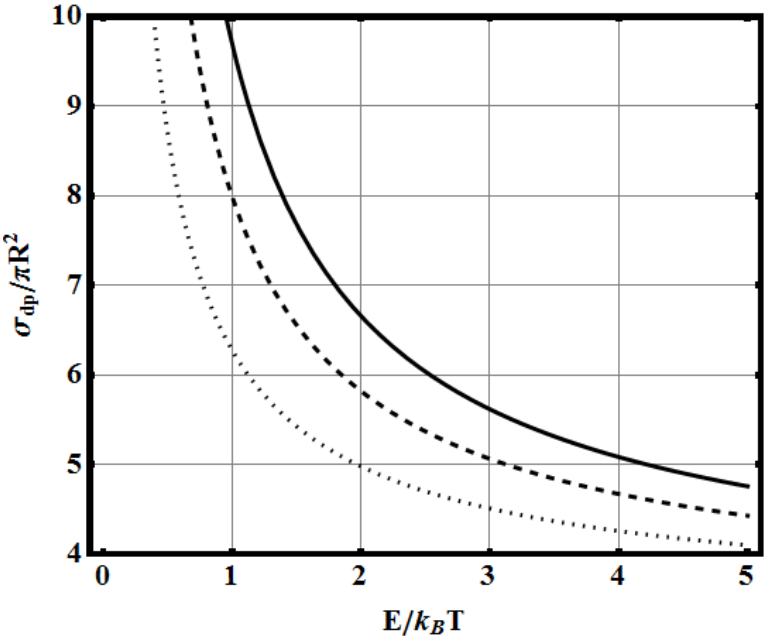
Рисунок 3.16 – Движение протона с полной энергией $E/k_BT=1$ в центрально-симметричном поле пылевой частицы и разными значениями прицельного параметра при $\Gamma_R=0.1$ и $Z_d=10$

Таким образом, ρ_{dp} находится из следующего условия

$$\max U_{dp}^{eff}(r,\rho_{dp},E)_{r\geq R}=E. \qquad (3.57)$$

Численное решение уравнения (3.57) выглядит следующим образом. При фиксированном значении энергии E надо найти такое $\rho=\rho_{dp}$, чтобы максимум на кривой эффективной потенциальной энергии (3.56) в точности был равен полной энергии E.

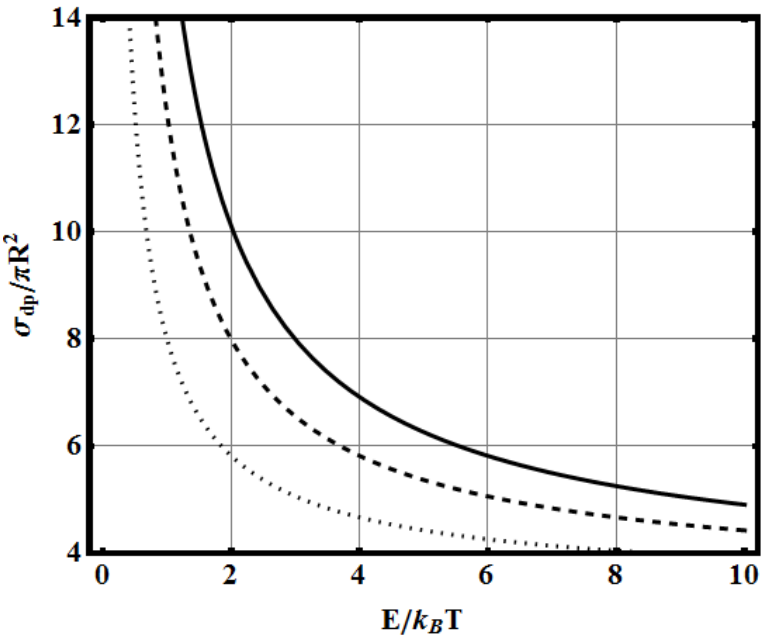
На рисунках 3.17 и 3.18 показаны зависимости сечения поглощения σ_{dp} от энергии налетающего протона при различных значениях заряда пылевых частиц и параметра связи плазмы Γ_R. Видно, что с увеличением заряда пылинки и параметра связи буферной плазмы сечение поглощения протонов возрастает.



Параметр связи плазмы $\Gamma_R = 0.1$;

точечная линия: $Z_d = 5$; штриховая линия: $Z_d = 10$; сплошная линия: $Z_d = 15$

Рисунок 3.17 – Зависимость сечения поглощения протонов пылевой частицей от энергии налетающего протона



Заряд пылевых частиц $Z_d = 10$; точечная линия: $\Gamma_R = 0.1$; штриховая линия: $\Gamma_R = 0.2$; сплошная линия: $\Gamma_R = 0.3$

Рисунок 3.18 – Зависимость сечения поглощения протонов пылевой частицей от энергии налетающего протона

Уравнение (3.57) можно решить приближенно в аналитическом виде воспользовавшись тем фактом, что, как видно из рисунка 3.16, положение максимума на кривой эффективной потенциальной энергии находится очень близко к поверхности пылевой частицы. Для этого ищем решение уравнения

$$\frac{dU_{dp}^{eff}(r,\rho,E)}{dr}=0. \tag{3.58}$$

в виде

$$r=R+\delta, \tag{3.59}$$

где $\delta \ll R$.

Подставляя (3.59) в (3.58) и сохраняя члены, минус второго и нулевого порядков, получаем следующее выражение для δ:

$$\delta=\frac{R}{\sqrt{\frac{32E\rho^2}{e^2R}+17-16Z_d}}. \tag{3.60}$$

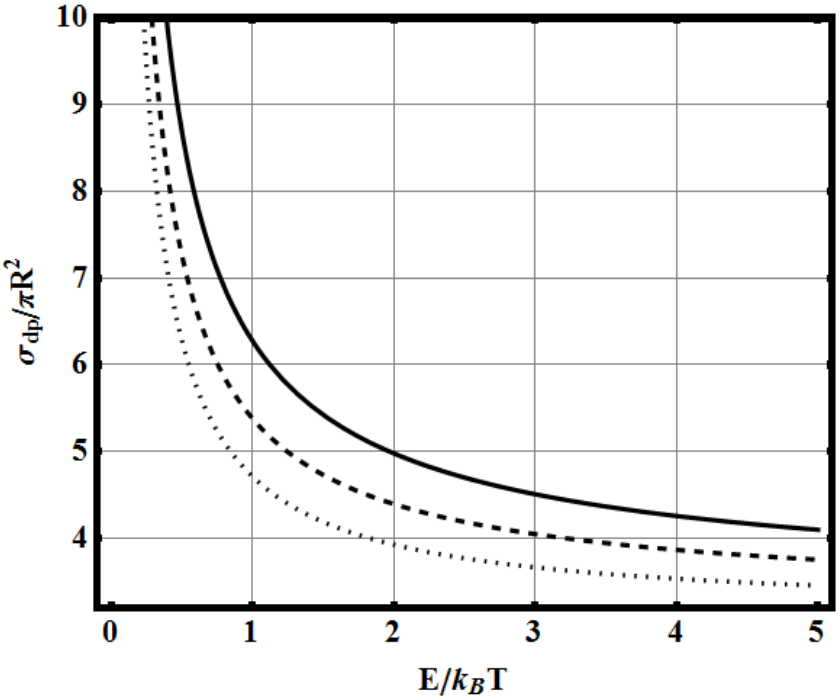
Подставляя полученное решение (3.60) в уравнение $\sigma_{dp}=\pi\rho_{dp}^2$, получаем сечение поглощения протонов в виде

$$\sigma_{dp}=\pi\rho_{dp}^2=\pi R^2\left(1+\frac{e^2}{8RE}\left[8Z_d-3+\sqrt{1+16Z_d+32\frac{RE}{e^2}}\right]\right). \tag{3.61}$$

Отметим, что в случае отсутствия эффектов поляризации получается классическое выражение для сечения поглощения протонов пылевой частицей [103]

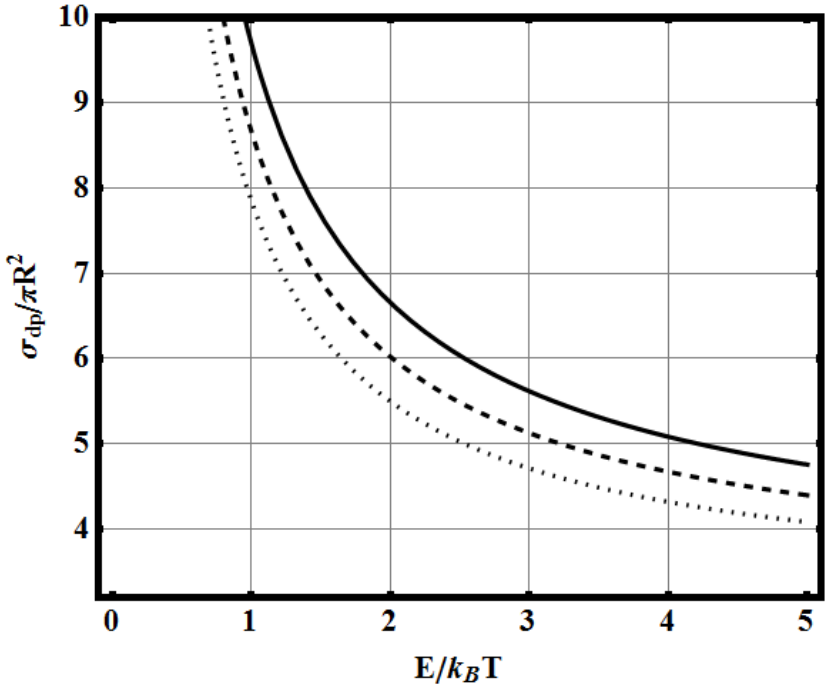
$$\sigma_{dp}^{C}=\pi R^2\left(1+\frac{Z_d e^2}{RE}\right). \tag{3.62}$$

На рисунках 3.19 и 3.20 приведено сравнение сечения поглощения протонов пылевой частицей, рассчитанного из выражения (3.57), с формулами (3.61) и (3.62) при различных значениях зарядового числа Z_d. Так как поляризационные эффекты приводят к дополнительному притяжению протона пылевой частицей, то это ведет к увеличению соответствующего сечения поглощения. В тоже время сравнение рисунков 3.19 и 3.20 показывает, что с ростом заряда пылевых частиц сечение поглощения протонов также растет, а аналитические формулы (3.61) и (3.62) лучше описывают его поведение, так как при этом поляризационные эффекты играют меньшую роль. Вполне естественно, что формула (3.61) точнее описывает поведение сечения поглощения, нежели формула (3.62), которая справедлива для чисто кулоновского взаимодействия.



Параметр связи плазмы $\Gamma_R = 0.1$ заряд пылевых частиц $Z_d = 5$. Точечная линия: точное значение из выражения (3.57); штриховая линия: формула (3.61); сплошная линия: формула (3.62)

Рисунок 3.19 – Зависимость сечения поглощения протонов пылевой частицей от энергии налетающего протона



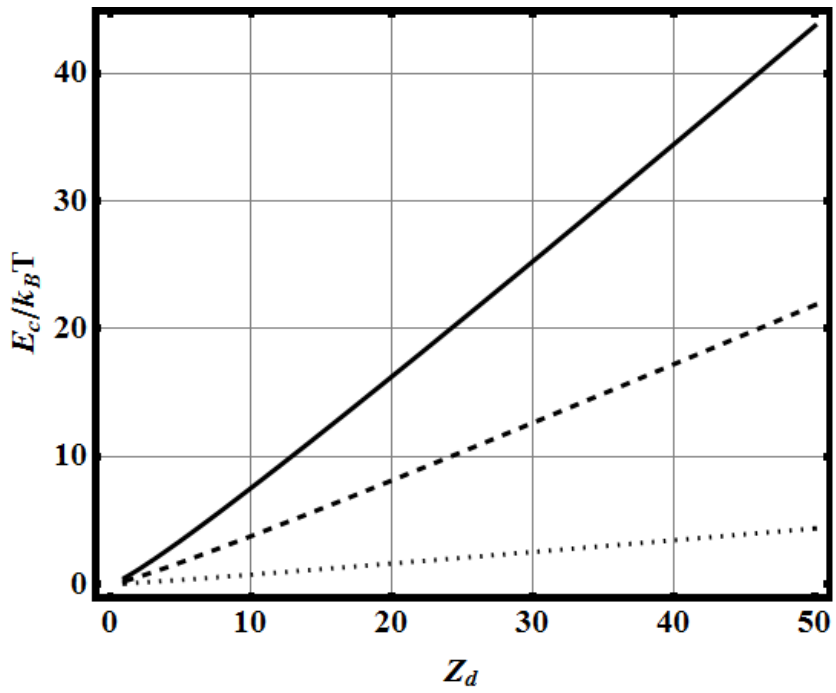
Параметр связи плазмы $\Gamma_R = 0.1$ заряд пылевых частиц $Z_d = 15$. Точечная линия: точное значение из выражения (3.57); штриховая линия: формула (3.61); сплошная линия: формула (3.62)

Рисунок 3.20 – Зависимость сечения поглощения протонов пылевой частицей от энергии налетающего протона

Для взаимодействия электрона с пылевой частицей есть существенное отличие, которое состоит в том, что, ввиду взаимного отталкивания, поглощение возможно только при достижении электроном критической энергии, определяемой выражением

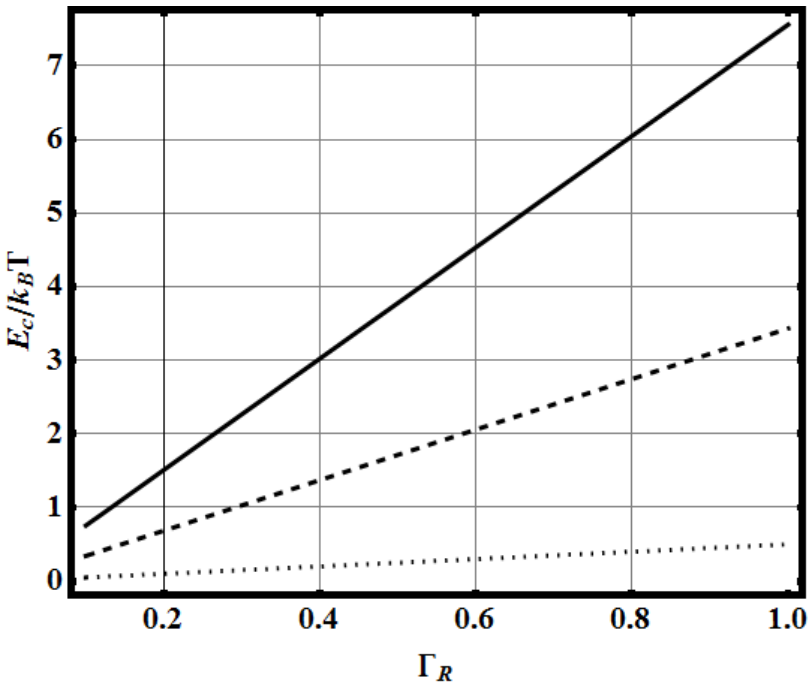
$$E_c = \max U_{de}(r). \tag{3.63}$$

На рисунках 3.21 и 3.22 показана зависимость критической энергии от величины заряда пылевой частицы и параметра связи буферной плазмы. Видно, что с ростом параметра связи и заряда пылевой частицы растет и величина критической энергии электрона. При этом обе зависимости являются практически линейными.



Точечная линия: $\Gamma_R = 0.1$; штриховая линия: $\Gamma_R = 0.5$;
сплошная линия: $\Gamma_R = 1.0$

Рисунок 3.21 – Зависимость критической энергии электрона от заряда пылевой частицы



Точечная линия: $Z_d = 1$; штриховая линия: $Z_d = 5$; сплошная линия: $Z_d = 10$

Рисунок 3.22 – Зависимость критической энергии электрона от параметра связи

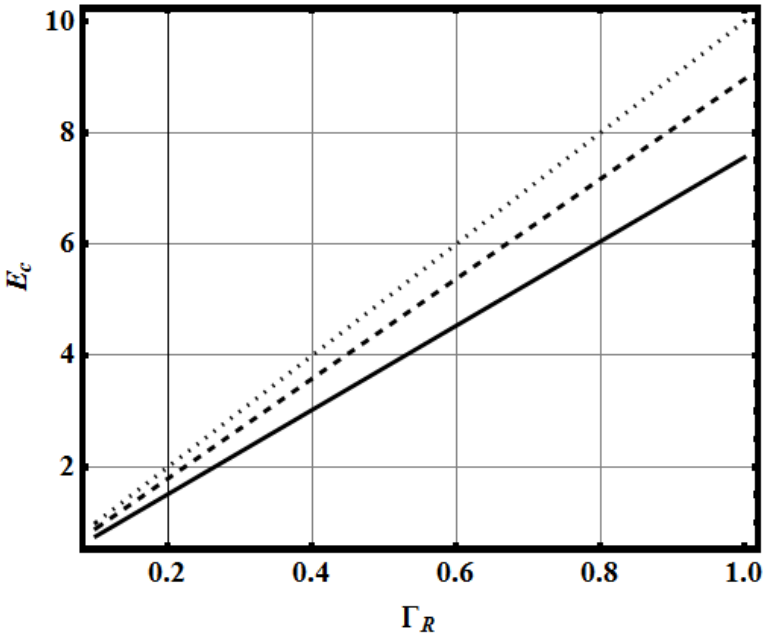
Используя тот факт, что максимум на кривой потенциальной энергии находится близко к поверхности пылевой частицы, и применяя описанную выше процедуру, легко получить аналитическое выражение для критической энергии электрона в виде

$$E_c^a = \frac{e^2}{R}\left(Z_d + \frac{5}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{17 + 16Z_d} \right). \tag{3.64}$$

Отметим, что в случае чисто кулоновского потенциала взаимодействия электрона с пылевой частицей выражение для критической энергии находится точно из закона сохранения энергии [103]

$$E_{critical} = \frac{Z_d e^2}{R}. \tag{3.65}$$

На рисунке 3.23 проведено сравнение точного выражения (3.63) с приближенными формулами (3.64) и (3.65). Видно, что формула (3.64) лучше описывает точные данные, полученные по формуле (3.63), так как в выражении (3.65) полностью пренебрегается эффектами поляризации пылевой частицы. При этом, очевидно, поляризация пылевой частицы приводит к дополнительному притяжению электрона, а значит величина критической энергии уменьшается по сравнению с чисто кулоновским взаимодействием (3.65).



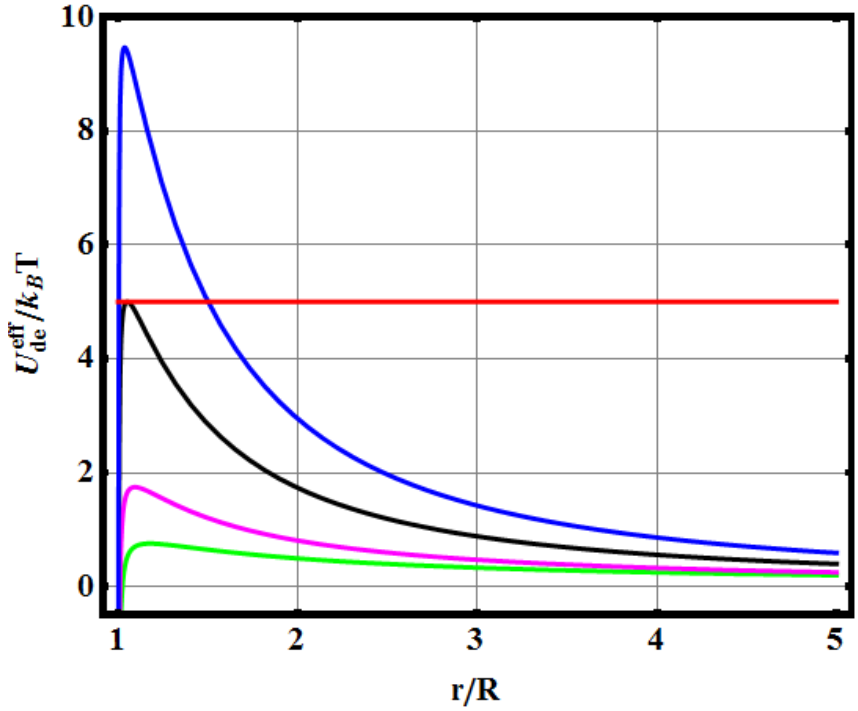
Заряд пылевых частиц $Z_d = 10$. Точечная линия: формула (3.65): штриховая линия: формула (3.64); сплошная линия: формула (3.63)

Рисунок 3.23 – Зависимость критической энергии электрона от параметра связи

Рассмотрим процесс поглощения электрона с некоторой фиксированной энергией E и прицельным параметром ρ пылевой частицей, который в данном случае определяется эффективной потенциальной энергией

$$U_{de}^{eff}(r,\rho,E) = \frac{Z_d e^2}{r} - \frac{e^2 R^3}{2r^2(r^2-R^2)} + E\frac{\rho^2}{r^2}. \qquad (3.66)$$

При прицельном параметре $\rho = 0$ электроны поглощаются пылевой частицей. только если они имеют энергию выше критической, так как на кривой потенциальной энергии имеется максимум. При фиксированной энергии величина максимума на кривой эффективной потенциальной энергии (3.66) растет с увеличением прицельного параметра ρ, а значит, при некотором значении ρ_{de} произойдет отражении электрона от максимума. Это значение ρ_{de} и определяет сечение поглощения, равное $\sigma_{de} = \pi\rho_{de}^2$. Это продемонстрировано на рисунке 3.24, из которого видно, что электрон с энергией $E / k_B T = 5$ и прицельными параметрами $\rho = 0$ и $\rho = 0.5$ поглощается пылевой частицей, а при прицельном параметре $\rho = 1.4$ – отражается. Значению $\rho \approx 1$ соответствует черная линия на рисунке 3.24, которая разделяет области поглощения и отражения электрона пылевой частицей.



Параметр связи плазмы $\Gamma_R = 0.1$, заряд пылевых частиц $Z_d = 10$. Зеленая линия: $\rho = 0$; пурпурная линия: $\rho = 0.5$; черная линия: $\rho \approx 1$ – соответствует критическому значению, при котором начинается отражение электрона пылевой частицей; синяя линия: $\rho = 1.4$; красная линия: полная энергия частицы $E / k_B T = 5$.

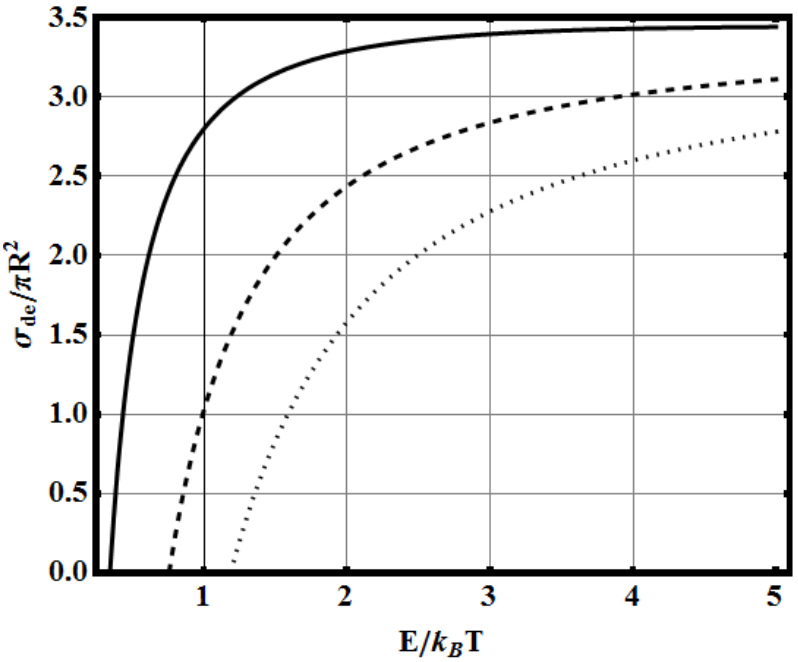
Рисунок 3.24 – Движение электрона с полной энергией $E / k_B T = 5$ в центрально-симметричном поле пылевой частицы и разными значениями прицельного параметра

Таким образом, ρ_{de} находится из следующего условия

$$\max U_{de}^{eff}(r, \rho, E)_{r \geq R} = E. \qquad (3.67)$$

Численное решение уравнения (3.67) выглядит следующим образом. При фиксированном значении энергии $E > E_c$ надо найти такое $\rho = \rho_{de}$, чтобы максимум на кривой эффективной потенциальной энергии (3.66) в точности был равен полной энергии E.

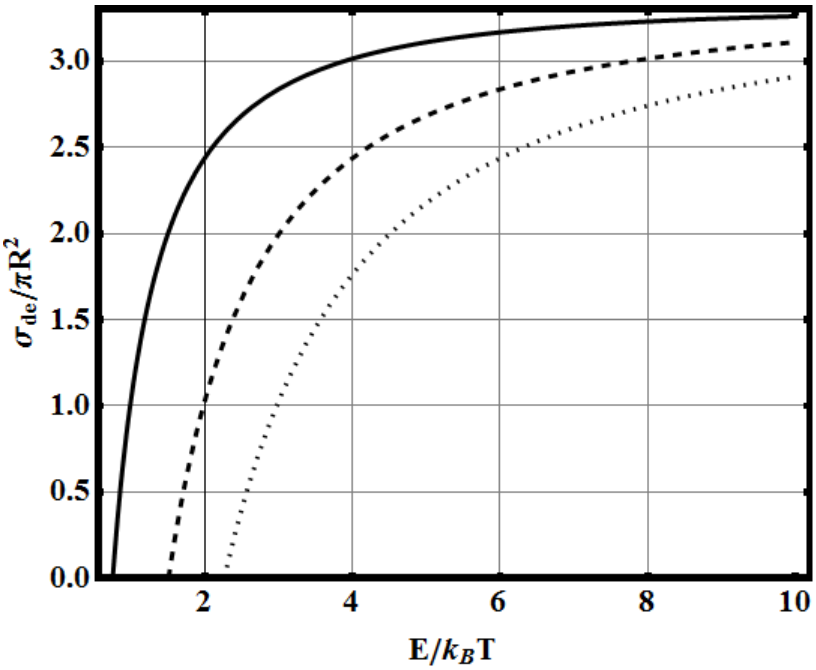
На рисунках 3.25 и 3.26 показаны зависимости сечения поглощения σ_{de} от энергии налетающего электрона при различных значениях заряда пылевых частиц и параметра связи плазмы Γ_R. Видно, что с увеличением заряда пылинки и уменьшения параметра связи буферной плазмы сечение поглощения протонов возрастает.



Параметр связи плазмы $\Gamma_R = 0.1$.

Точечная линия: $Z_d = 5$; штриховая линия: $Z_d = 10$; сплошная линия: $Z_d = 15$

Рисунок 3.25 – Зависимость сечения поглощения электронов пылевой частицей от энергии налетающего электрона



Заряд пылевых частиц $Z_d = 10$.

Точечная линия: $\Gamma_R = 0.3$; штриховая линия: $\Gamma_R = 0.2$; сплошная линия: $\Gamma_R = 0.1$

Рисунок 3.26 – Зависимость сечения поглощения электронов пылевой частицей от энергии налетающего электрона

Также, как и уравнение (3.57), уравнение (3.67) можно решить приближенно в аналитическом виде воспользовавшись тем фактом, что, как видно из рисунка 3.24, положение максимума на кривой эффективной потенциальной энергии располагается очень близко к поверхности пылевой частицы. Для этого ищем решение уравнения

$$\frac{dU_{de}^{eff}(r,\rho,E)}{dr}=0 \tag{3.68}$$

в виде

$$r=R+\delta, \tag{3.69}$$

где $\delta \ll R$.

Подставляя (3.69) в (3.68) и сохраняя члены минус второго и нулевого порядков, получаем следующее выражение для δ:

$$\delta=\frac{R}{\sqrt{\frac{32E\rho^2}{e^2R}+17+16Z_d}}. \tag{3.70}$$

Подставляя полученное решение (3.70) в уравнение $\sigma_{de}=\pi\rho_{de}^2$, получаем сечение поглощения электронов в виде

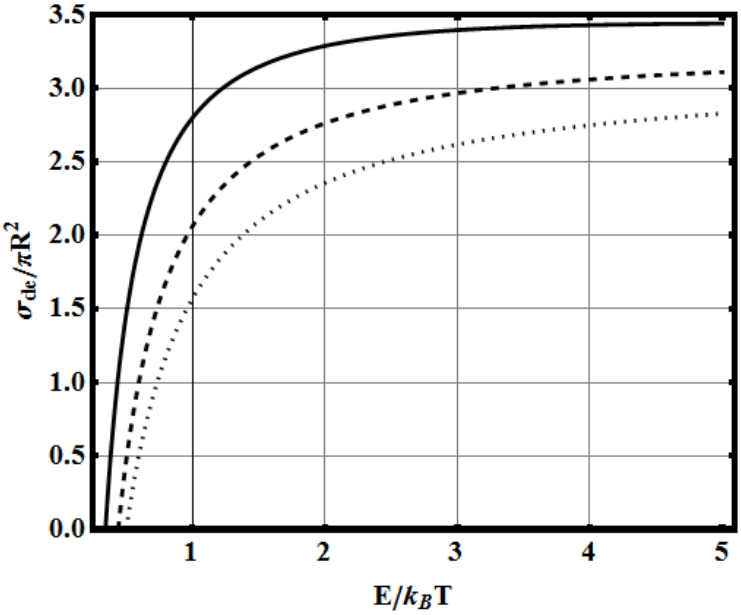
$$\sigma_{de}=\pi\rho_{de}^2=\pi R^2\left(1-\frac{e^2}{RE}\left[Z_d+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}\sqrt{1-16Z_d+32\frac{RE}{e^2}}\right]\right). \tag{3.71}$$

Отметим, что в случае отсутствия эффектов поляризации получается классическое выражение для сечения поглощения электронов пылевой частицей [103]

$$\sigma_{de}^{C}=\pi R^2\left(1-\frac{Z_d e^2}{RE}\right). \tag{3.72}$$

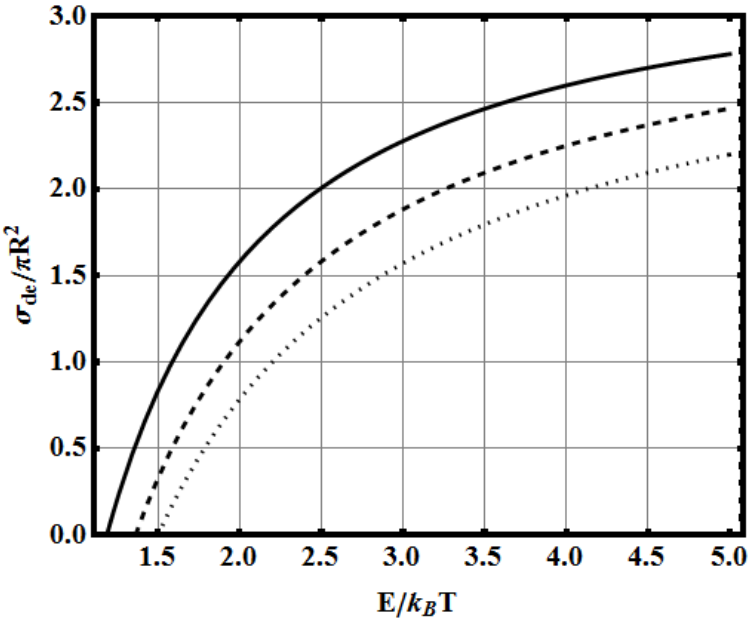
На рисунках 3.27 и 3.28 приведено сравнение сечения поглощения электронов пылевой частицей, рассчитанного из выражения (3.67), с формулами (3.71) и (3.72) при различных значениях зарядового числа Z_d. Так как поляризационные эффекты приводят к дополнительному притяжению электрона пылевой частицей, то это ведет к увеличению соответствующего сечения поглощения. С другой стороны, сравнение рисунков 3.27 и 3.28 показывает, что с ростом заряда пылевых частиц сечение поглощения

электронов также падает, а аналитические формулы (3.71) и (3.72) лучше описывают его поведение, так как при этом поляризационные эффекты играют меньшую роль. Вполне естественно, что формула (3.71) точнее описывает поведение сечения поглощения, нежели формула (3.72), которая справедлива для чисто кулоновского взаимодействия.



Параметр связи плазмы $\Gamma_R = 0.1,$ заряд пылевых частиц $Z_d = 5$. Точечная линия: точное значение из выражения (3.67); штриховая линия; формула (3.71); сплошная линия: формула (3.72)

Рисунок 3.27 – Зависимость сечения поглощения электронов пылевой частицей от энергии налетающего электрона



Параметр связи плазмы $\Gamma_R = 0.1,$ заряд пылевых частиц $Z_d = 15$. Точечная линия: точное значение из выражения (3.67); штриховая линия; формула (3.71); сплошная линия: формула (3.72)

Рисунок 3.28 – Зависимость сечения поглощения электронов пылевой частицей от энергии налетающего электрона

Известно, что поток протонов на поверхность пылевой частицы определяется соответствующим сечением поглощения σ_{dp} путем интегрирования по функции распределения по скоростям в виде

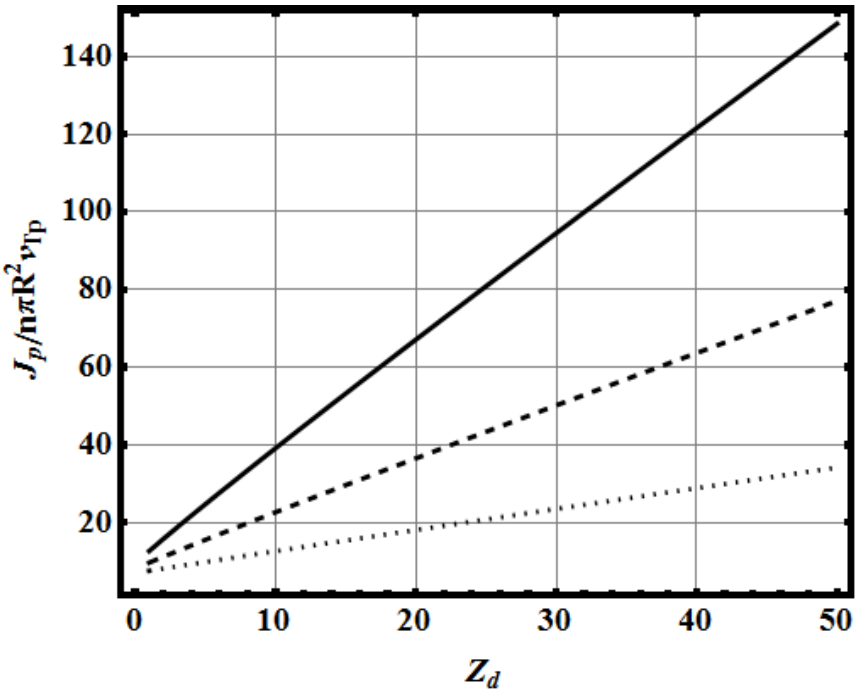
$$J_p = n_p \int v \sigma_{dp} f_p(v) d\mathbf{v}, \tag{3.73}$$

где

$$f_p(v) = (2\pi v_{Tp}^2)^{-3/2} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{Tp}^2}\right), \tag{3.74}$$

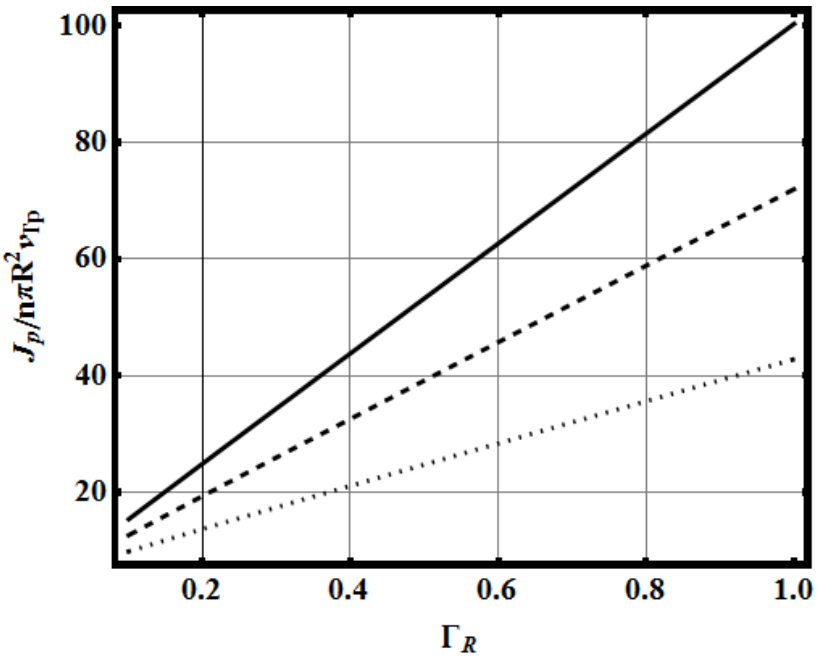
а $v_{Tp} = \sqrt{k_B T / m_p}$ – тепловая скорость протонов, m_p – их масса.

На рисунках 3.29 и 3.30 показана зависимость протонного потока на поверхность пылевой частицы в зависимости от ее заряда Z_d и параметра связи Γ_R. Видно, что поток протонов растет с увеличением заряда пылинок и параметра связи плазмы, так как при этом усиливается их притяжение пылевой частицей. Интересно отметить, что зависимости являются практически линейными.



Точечная линия: $\Gamma_R = 0.1$; штриховая линия: $\Gamma_R = 0.25$; сплошная линия: $\Gamma_R = 0.5$

Рисунок 3.29 – Поток протонов $J_p / n\pi R^2 v_{Tp}$ на поверхность пылевой частицы в зависимости от ее заряда Z_d



Точечная линия: $Z_d = 5$; штриховая линия: $Z_d = 10$; сплошная линия: $Z_d = 15$

Рисунок 3.30 – Поток протонов $J_p / n\pi R^2 v_{Tp}$ на поверхность пылевой частицы в зависимости от параметра связи Γ_R

Подставляя выражение для сечения поглощения протонов (3.61) в формулу (3.73), получим следующее аналитическое приближение для потока протонов на пылевую частицу

$$J_p = \sqrt{\frac{8\pi k_B T}{m_p}} nR^2 \left(1 + \frac{e^2}{Rk_B T} \left[Z_d + \frac{\sqrt{1+16Z_d}}{8} - \frac{3}{8} \right] + \right.$$
$$\left. + \sqrt{\frac{\pi e^2}{8Rk_B T}} \exp\left(\frac{e^2(1+16Z_d)}{32Rk_B T} \right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{e^2(1+16Z_d)}{32Rk_B T}} \right) \right), \tag{3.75}$$

где

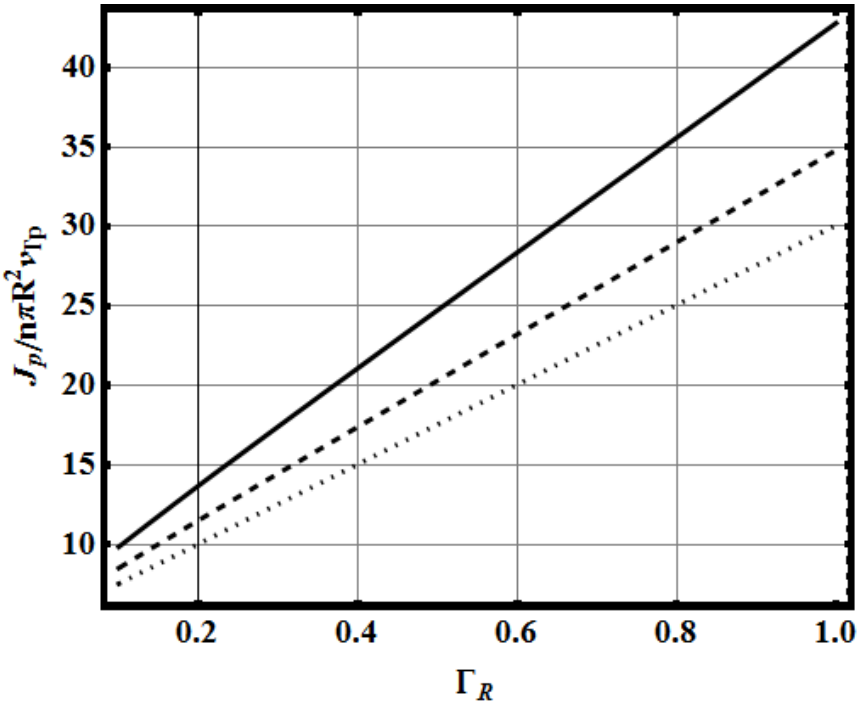
$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt \tag{3.76}$$

– вспомогательная функция ошибок.

Отметим, что в случае отсутствия эффектов поляризации получается классическое выражение для потока протонов на пылевую частицу [103]

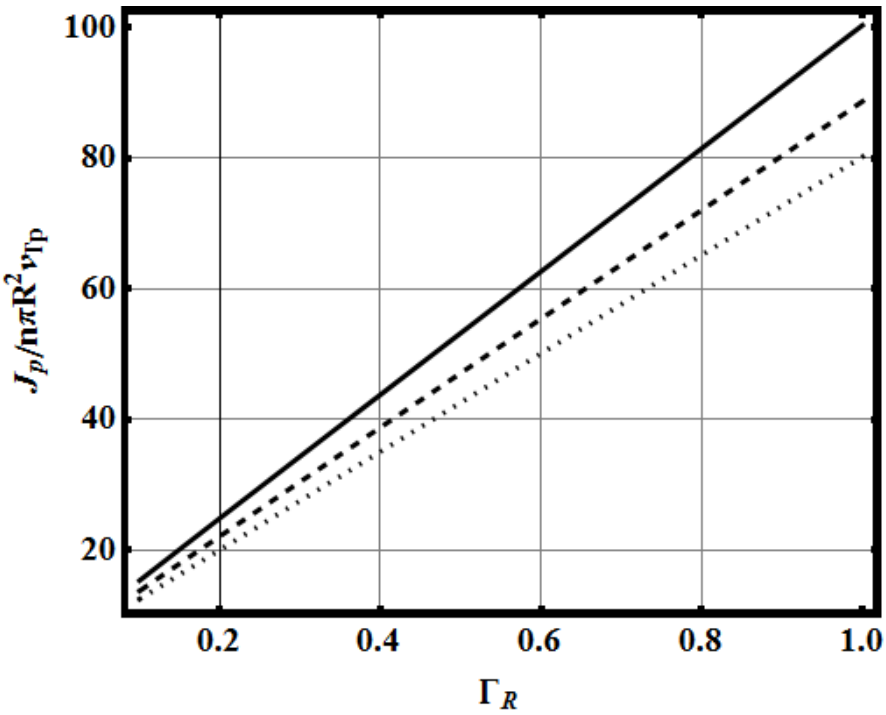
$$J_p^C = \sqrt{\frac{8\pi k_B T}{m_p}} nR^2 \left(1 + \frac{Z_d e^2}{Rk_B T} \right). \tag{3.77}$$

На рисунках 3.31 и 3.32 приведено сравнение потока протонов на пылевую частицу, рассчитанного из выражения (3.73), с формулами (3.75) и (3.77) при фиксированных значениях заряда Z_d. Так как поляризационные эффекты приводят к дополнительному притяжению протона пылевой частицей, то это ведет к увеличению соответствующего потока. Сравнение рисунков 3.31 и 3.32 показывает, что с ростом заряда пылевых частиц поток протонов увеличивается, а аналитические формулы (3.75) и (3.77) лучше описывают его поведение, так как при этом поляризационные эффекты играют меньшую роль. Вполне естественно, что формула (3.75) точнее описывает поведение сечения поглощения, нежели формула (3.77), которая справедлива для чисто кулоновского взаимодействия.



Заряд пылевых частиц $Z_d = 5$. Точечная линия: формула (3.77); штриховая линия: формула (3.75); сплошная линия: формула (3.73)

Рисунок 3.31 – Поток протонов $J_p / n\pi R^2 v_{Tp}$ на поверхность пылевой частицы в зависимости от параметра связи Γ_R



Заряд пылевых частиц $Z_d = 15$. Точечная линия: формула (3.77); штриховая линия: формула (3.75); сплошная линия: формула (3.73)

Рисунок 3.32 – Поток протонов $J_p / n\pi R^2 v_{Tp}$ на поверхность пылевой частицы в зависимости от параметра связи Γ_R

Также, как и в (3.73), поток электронов на поверхность пылевой частицы определяется соответствующим сечением σ_{de} поглощения путем интегрирования по функции распределения по скоростям в виде

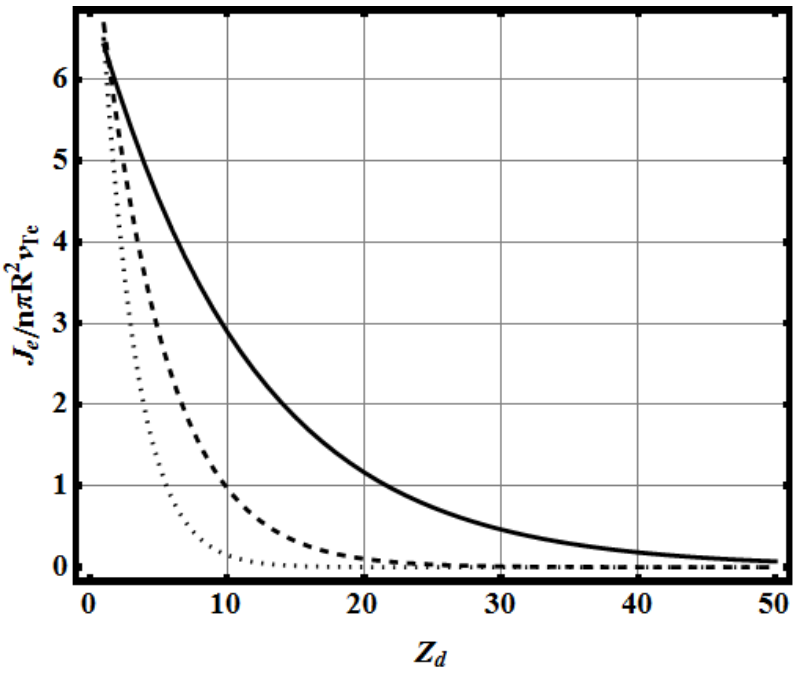
$$J_e = n_e \int v \sigma_{de} f_e(v) d\mathbf{v}, \tag{3.78}$$

где

$$f_e(v) = (2\pi v_{Te}^2)^{-3/2} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{Te}^2}\right), \tag{3.79}$$

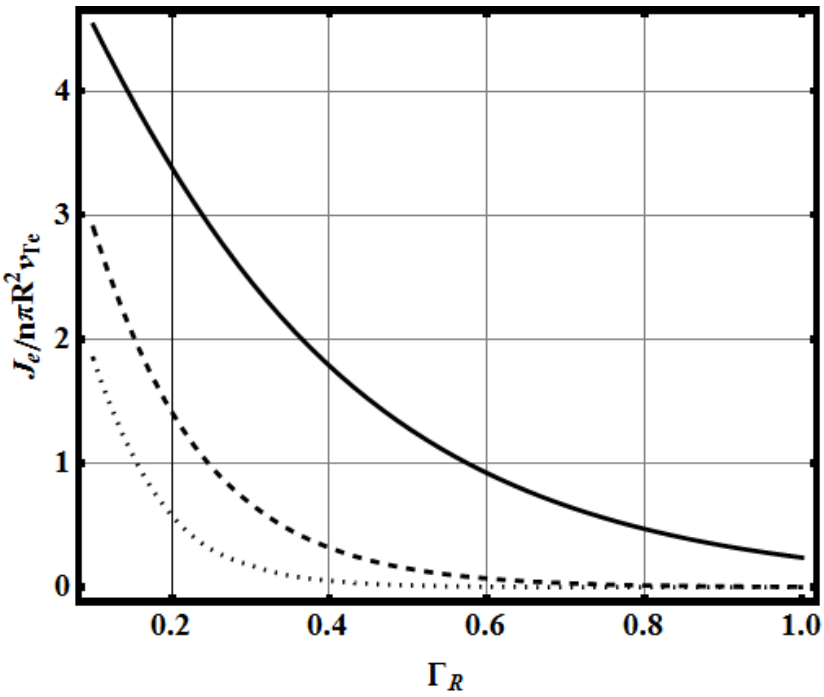
а $v_{Te} = \sqrt{k_B T / m_e}$ – тепловая скорость электронов, m_e – их масса.

На рисунках 3.33 и 3.34 показана зависимость электронного потока на поверхность пылевой частицы в зависимости от ее заряда Z_d и параметра связи Γ_R. Видно, что поток электронов падает с увеличением заряда пылинок и ростом параметра связи плазмы, так как при этом усиливается их отталкивание пылевой частицей.



Точечная линия: $\Gamma_R = 0.5$; штриховая линия: $\Gamma_R = 0.25$; сплошная линия: $\Gamma_R = 0.1$

Рисунок 3.33 – Поток электронов $J_e / n\pi R^2 v_{Te}$ на поверхность пылевой частицы в зависимости от ее заряда Z_d



Точечная линия: $Z_d = 5$; штриховая линия: $Z_d = 10$; сплошная линия: $Z_d = 15$

Рисунок 3.34 – Поток электронов $J_e / n\pi R^2 v_{Te}$ на поверхность пылевой частицы в зависимости от параметра связи Γ_R

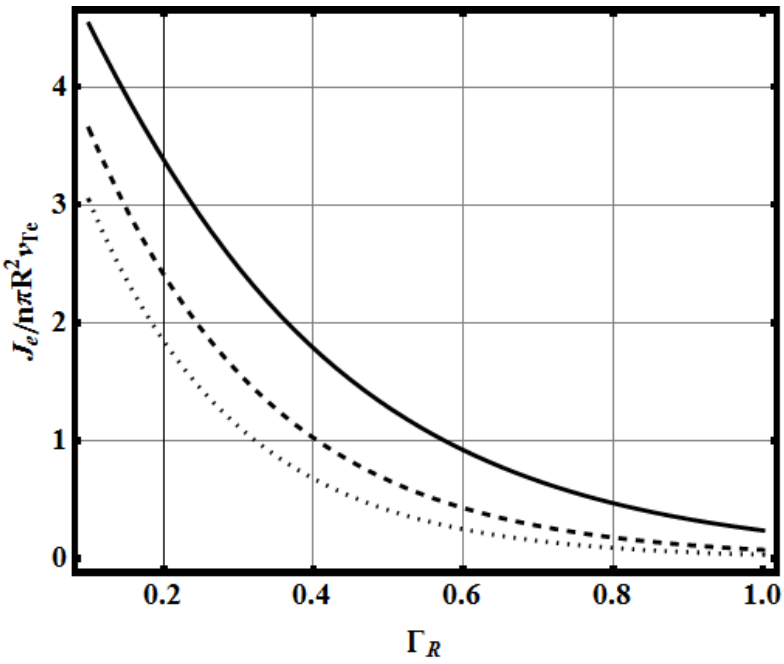
Подставляя выражение для сечения поглощения электронов (3.71) в формулу (3.78), получим следующее аналитическое приближение для потока электронов на пылевую частицу

$$J_e = \sqrt{\frac{8\pi k_B T}{m_e}} nR^2 \left[\left(1 - \frac{e^2}{8Rk_B T} \left(\sqrt{17+16Z_d} - 2 \right) \exp\left(- \frac{e^2}{Rk_B T} \left(Z_d + \frac{5}{8} - \frac{\sqrt{17+16Z_d}}{8} \right) \right) \right) + \right.$$
$$+ \sqrt{\frac{\pi e^2}{8Rk_B T}} \left(1 + \exp\left(- \frac{e^2 (21+16Z_d - 4\sqrt{17+16Z_d})}{32Rk_B T} \right) \right) \times$$
$$\times \sqrt{\frac{e^2 (21+16Z_d - 4\sqrt{17+16Z_d})}{8\pi Rk_B T}} + \operatorname{erf}\left(- \sqrt{\frac{e^2 (21+16Z_d - 4\sqrt{17+16Z_d})}{32Rk_B T}} \right) \Bigg) \times \tag{3.80}$$
$$\left. \times \exp\left(- \frac{e^2 (16Z_d - 1)}{32Rk_B T} \right) \right].$$

Отметим, что в случае отсутствия эффектов поляризации получается классическое выражение для потока электронов на пылевую частицу [103]

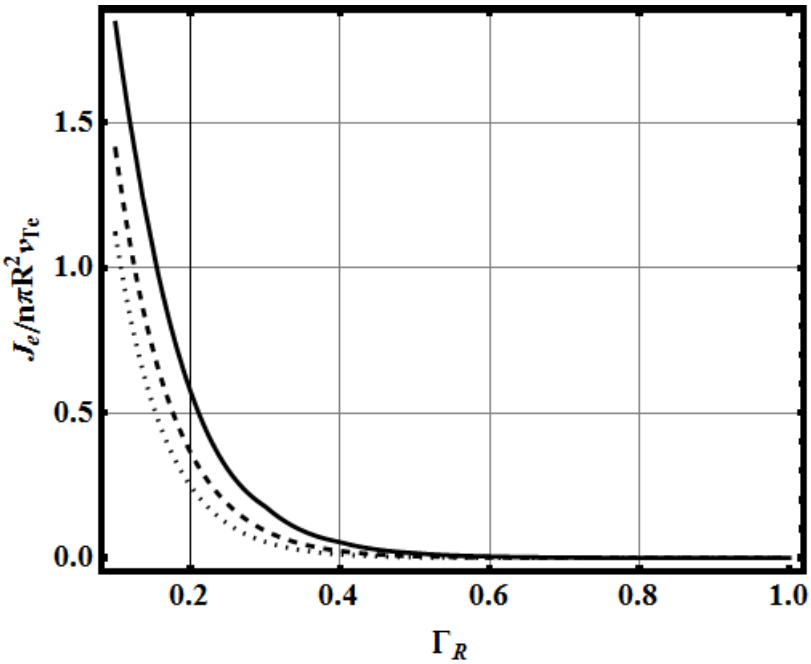
$$J_e^C = \sqrt{\frac{8\pi k_B T}{m_e}} nR^2 \exp\left(- \frac{Z_d e^2}{Rk_B T} \right). \tag{3.81}$$

На рисунках 3.35 и 3.36 приведено сравнение потока электронов на пылевую частицу, рассчитанного из выражения (3.78), с формулами (3.80) и (3.81) при фиксированных значениях заряда Z_d. Так как поляризационные эффекты приводят к дополнительному притяжению протона пылевой частицей, то это ведет к увеличению соответствующего потока. Сравнение рисунков 3.35 и 3.36 показывает, что с ростом заряда пылевых частиц поток электронов уменьшается, а аналитические формулы (3.80) и (3.81) лучше описывают его поведение, так как при этом поляризационные эффекты играют меньшую роль. Вполне естественно, что формула (3.80) точнее описывает поведение потока электронов, нежели формула (3.81), которая справедлива для чисто кулоновского взаимодействия.



Заряд пылевых частиц $Z_d = 5$. Точечная линия: формула (3.81); штриховая линия: формула (3.80); сплошная линия: формула (3.78)

Рисунок 3.35 – Поток электронов $J_e / n\pi R^2 v_{Te}$ на поверхность пылевой частицы в зависимости от параметра связи Γ_R



Заряд пылевых частиц $Z_d = 5$. Точечная линия: формула (3.81); штриховая линия: формула (3.80); сплошная линия: формула (3.78)

Рисунок 3.36 – Поток электронов $J_e / n\pi R^2 v_{Te}$ на поверхность пылевой частицы в зависимости от параметра связи Γ_R

Известно, что заряд пылевой частицы определяется равенством потоков электронов и протонов на ее поверхность

$$J_e = J_p. \tag{3.82}$$

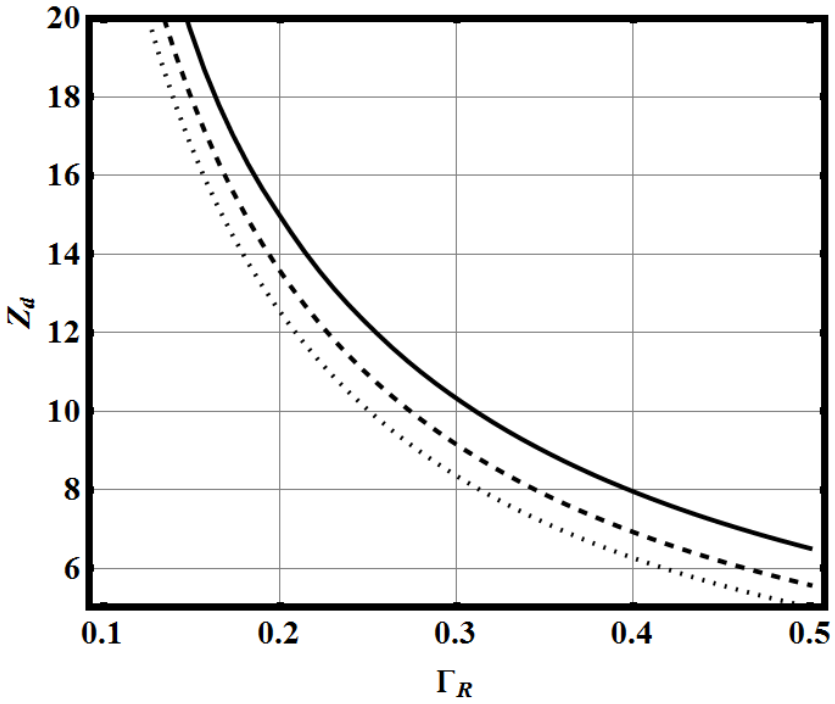
В общем случае уравнение (3.82) приходится решать численно. Однако с использованием выражений (3.75) и (3.80) получаем следующее уравнение для заряда пылевых частиц

$$\begin{aligned}
&\sqrt{\frac{m_e}{m_p}}\left(1+\frac{e^2}{Rk_BT}\left[Z_d+\frac{\sqrt{1+16Z_d}}{8}-\frac{3}{8}\right]+\sqrt{\frac{\pi e^2}{8Rk_BT}}\exp\left(\frac{e^2(1+16Z_d)}{32Rk_BT}\right)\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{e^2(1+16Z_d)}{32Rk_BT}}\right)\right)= \\
&=\left[\left(1-\frac{e^2}{8Rk_BT}\left(\sqrt{17+16Z_d}-2\right)\exp\left(-\frac{e^2}{Rk_BT}\left(Z_d+\frac{5}{8}-\frac{\sqrt{17+16Z_d}}{8}\right)\right)\right)+\right. \\
&+\sqrt{\frac{\pi e^2}{8Rk_BT}}\left(1+\exp\left(-\frac{e^2(21+16Z_d-4\sqrt{17+16Z_d})}{32Rk_BT}\right)\sqrt{\frac{e^2(21+16Z_d-4\sqrt{17+16Z_d})}{8\pi Rk_BT}}+\right. \\
&\left.\left.+\operatorname{erf}\left(-\sqrt{\frac{e^2(21+16Z_d-4\sqrt{17+16Z_d})}{32Rk_BT}}\right)\right)\exp\left(-\frac{e^2(16Z_d-1)}{32Rk_BT}\right)\right].
\end{aligned} \tag{3.83}$$

Отметим, что в случае отсутствия эффектов поляризации получается классическое уравнение для заряда пылевых частиц [121]

$$\sqrt{\frac{m_e}{m_p}}\left(1+\frac{Z_de^2}{Rk_BT}\right)=\exp\left(-\frac{Z_de^2}{Rk_BT}\right). \tag{3.84}$$

На рисунке 3.37 приведено сравнение заряда пылевой частицы, рассчитанного из выражения (3.82), с формулами (3.83) и (3.84) в зависимости от параметра связи Г. Так как поляризационные эффекты приводят к более сильному возрастанию потока электронов, нежели протонов, на поверхность пылевой частицей, то это приводит к увеличению заряда пылинок. При этом уравнения (3.83) и (3.84) лучше описывают поведение заряда при малых параметрах связи, так как при этом поляризационные эффекты играют меньшую роль. Вполне естественно, что формула (3.83) точнее описывает поведение заряда пылинок, нежели формула (3.84), которая справедлива для чисто кулоновского взаимодействия. В серии работ [125-131] были показаны определения заряда пылевых частиц конечных размеров с учетом эффекта поляризации.



Точечная линия: формула (3.84); штриховая линия: формула (3.83); сплошная линия: формула (3.82)

Рисунок 3.37 – Заряд пылевой частицы Z_d в зависимости от параметра связи Γ_R

В заключение можно отметить, что заряд пылевой частицы может быть использован для построения псевдопотенциальной модели взаимодействия частиц, как это было сделано в [132]. После этого можно самосогласованным образом рассчитать корреляционные функции пылевых частиц как в рамках теории Боголюбова в приближении парных корреляций [115,133], или с использованием уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении [134].

Теперь рассмотрим случай определения заряда пылевых частиц конечных размеров без учета эффекта поляризации. Для этого воспользуемся построенной псевдопотенциальной моделью взаимодействия пылевых частиц, учитывающей конечность размеров и эффекты экранировки в рамках теории линейного диэлектрического отклика в приближении хаотических фаз. С этой целью применим стандартную модель ограниченного орбитального движения, которая позволяет рассчитывать сечения поглощения частиц плазмы на основе законов сохранения энергии и момента импульса. Дальнейшее усреднение по функции распределения по скоростям позволяет восстановить потоки плазменных частиц на поверхность пылинки, а из принципа детального равновесия находится заряд пылевой частицы как равенство потоков отрицательно и положительно заряженных частиц плазмы. При этом знание заряда пылевых частиц совершенно необходимо для точного изучения характера взаимодействия между двумя пылевыми частицами.

Рассмотрим процесс зарядки уединенной пылевой частицы в рамках модели ограниченного орбитального движения. Законы сохранения энергии и

момента импульса для движения частицы сорта a и массой m_a в центральном силовом поле с потенциалом $\Phi_{ab}(r)$ выражаются следующими уравнениями:

$$m_a v_a \rho = m_a v_a' R, \tag{3.85}$$

$$\frac{m_a v_a^2}{2} = \frac{m_a v_a'^2}{2} + \Phi_{ad}(0). \tag{3.86}$$

где m_a – масса электронов (ионов), v_a – скорость электронов (ионов) относительно пылевой частицы, v_a' – скорость (электронов и ионов) при контакте с поверхностью пылевой частицы, $\Phi_{ab}(0)$ – потенциальная энергия взаимодействия на поверхности пылевой частицы, ρ – прицельное расстояние.

Отсюда следует, что сечения поглощения электронов и протонов [135,136]:

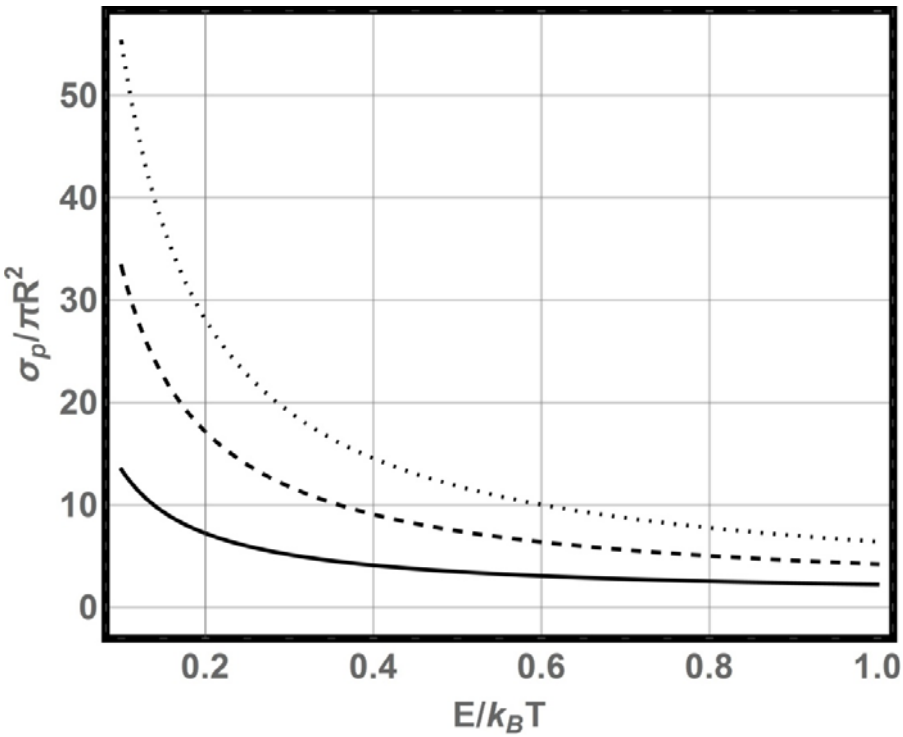
$$\sigma_e = \pi\rho_e^2 = \begin{cases} \pi R^2 \left(1 - \dfrac{2\Phi_{ed}(0)}{m_e v_e^2}\right), & \dfrac{2\Phi_{ed}(0)}{m_e v_e^2} > -1, \\ 0, & \dfrac{2\Phi_{ed}(0)}{m_e v_e^2} < -1, \end{cases} \tag{3.87}$$

$$\sigma_p = \pi\rho_p^2 = \pi R^2 \left(1 - \frac{2\Phi_{pd}(0)}{m_p v_p^2}\right) \tag{3.88}$$

где $v_{p(e)}$ – скорость налетающего протона (электрона), а $\Phi_{p(e)d}(0)$ – потенциальная энергия взаимодействия пылевой частицы с протоном (электроном), находящимся на его поверхности.

На рисунках 3.38 и 3.39 проанализирована зависимость сечения поглощения пылинками протонов в зависимости от их энергии. С ростом кинетической энергии сечение поглощения протонов уменьшается, а с увеличением параметра размера оно возрастает, что обусловлено взаимным притяжением этих частиц.

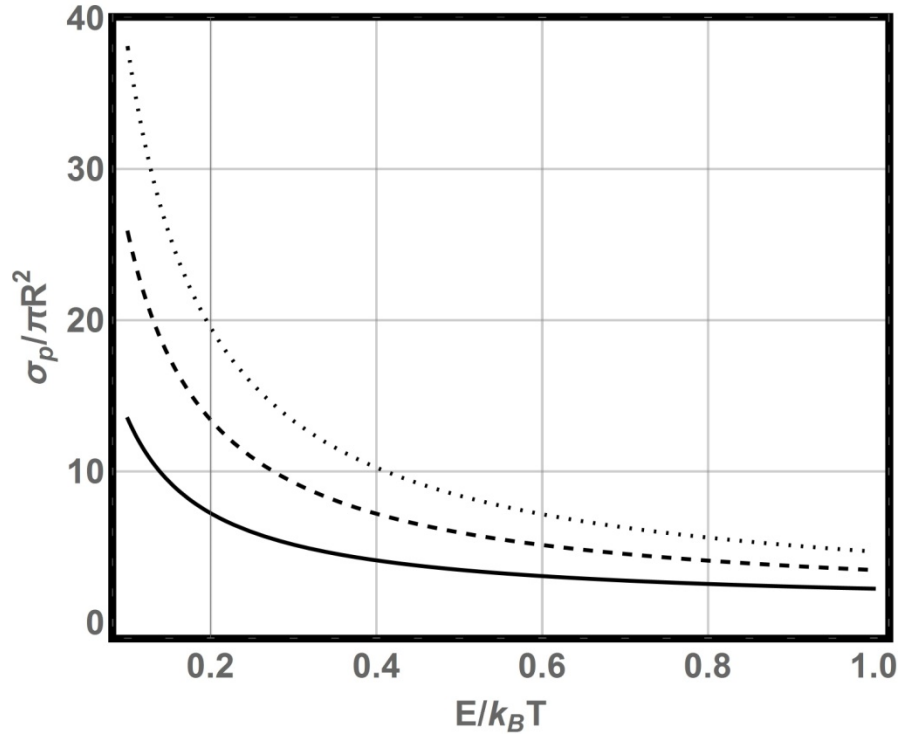
На рисунках 3.40 и 3.41 приведена зависимость сечения поглощения протонов пылинкой в зависимости от ее заряда. Полученные зависимости практически линейны и сечение сильно растет с увеличением заряда пылинки ввиду притяжения ею налетающих протонов.



$\tau = 1,\ \Gamma = 0.1,\ \beta = 0.001$ и $Z_d = 50$

сплошная линия: $D = 5$; штриховая линия: $D = 10$; пунктирная линия: $D = 15$

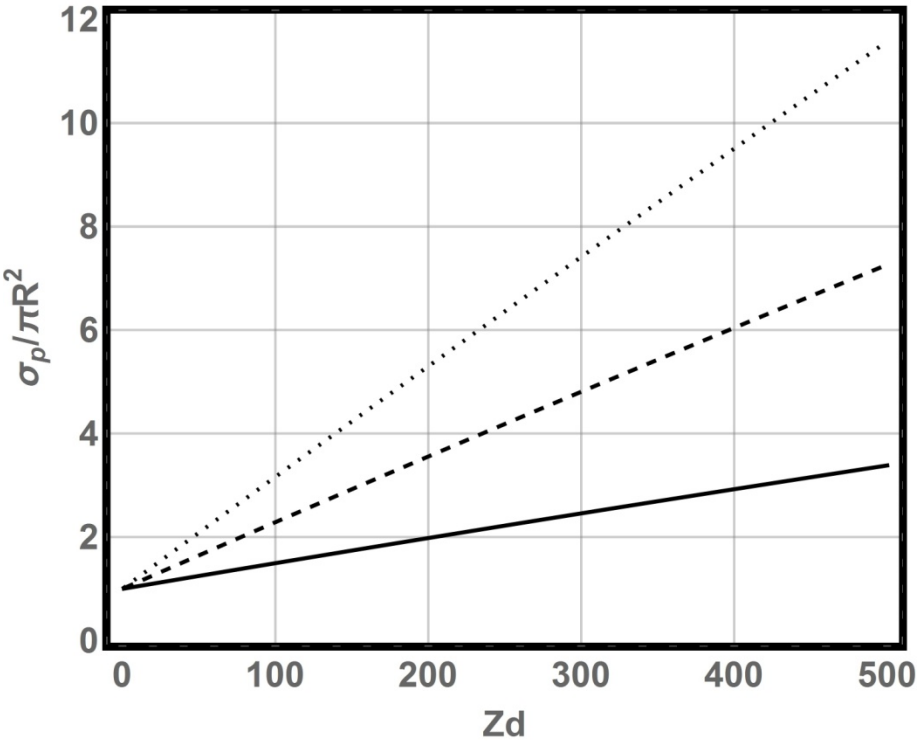
Рисунок 3.38 – Сечение поглощения протонов пылевой частицы в зависимости от их кинетической энергии



$\tau = 1,\ \Gamma = 0.1,\ \beta = 0.001$ и $D = 5$

сплошная линия: $Z_d = 50$; штриховая линия: $Z_d = 100$; пунктирная линия: $Z_d = 150$

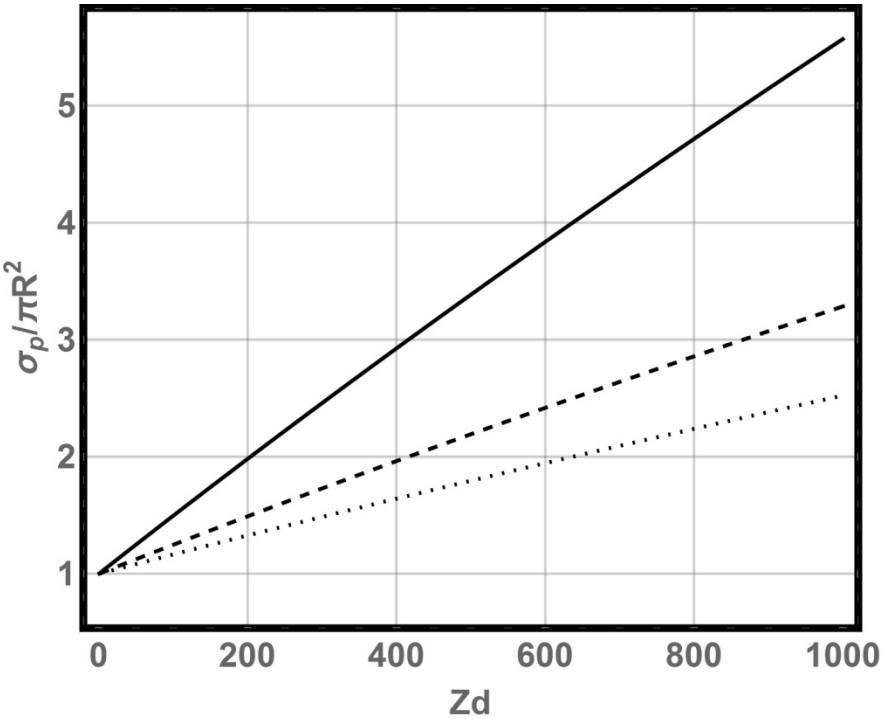
Рисунок 3.39 – Сечение поглощения протонов пылевой частицы в зависимости от их кинетической энергии



$\tau = 1,\ \Gamma = 0.1,\ \beta = 0.001$ и $E / k_B T = 5$

сплошная линия: $D = 5$; штриховая линия: $D = 10$; пунктирная линия: $D = 15$

Рисунок 3.40 – Сечение поглощения протонов пылевой частицы в зависимости от заряда пылинок



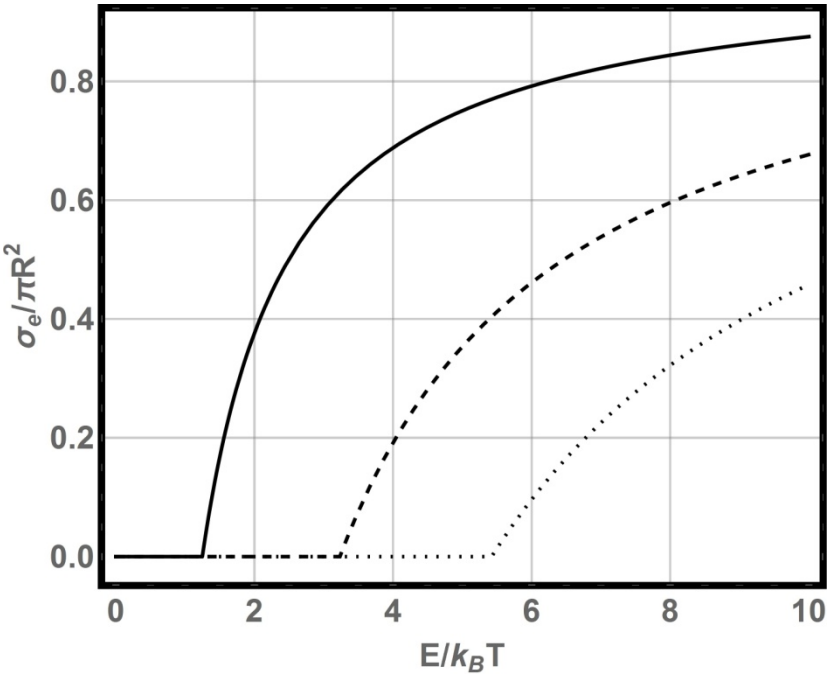
$\tau = 1,\ \Gamma = 0.1,\ \beta = 0.001$ и $D = 5$

сплошная линия: $E / k_B T = 5$; штриховая линия: $E / k_B T = 10$; пунктирная линия: $E / k_B T = 15$

Рисунок 3.41 – Сечение поглощения протонов пылевой частицы в зависимости от заряда пылинок

Так как пылевая частица заряжается отрицательно, то для поглощения электрон должен обладать некоторой пороговой энергией. На рисунках 3.42 и 3.43 проанализирована зависимость сечения поглощения пылинками электронов в зависимости от их энергии. Так как электроны отталкиваются от отрицательно заряженной пылинки, то существует пороговая кинетическая энергия, при которой поглощение становится возможным и сечение отлично от нуля. С ростом кинетической энергии сечение поглощения электронов возрастает, а с увеличением параметра размера оно уменьшается.

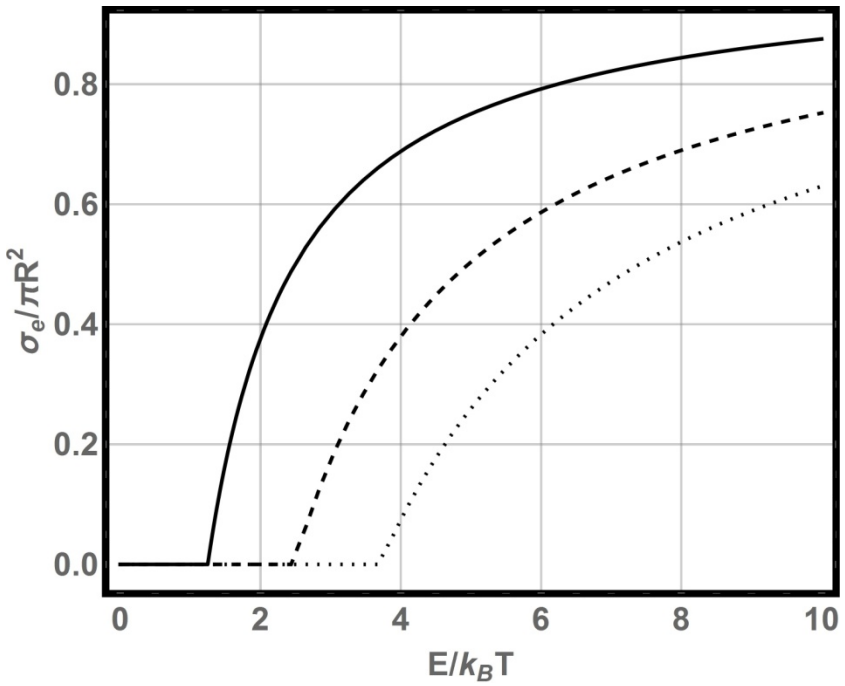
На рисунках 3.44 и 3.45 приведена зависимость сечения поглощения электронов пылинкой в зависимости от ее заряда. Полученные зависимости практически линейны и сечение сильно уменьшается с ростом заряда пылинки ввиду отталкивания ею налетающих электронов.



$\tau = 1,\ \Gamma = 0.1,\ \beta = 0.001$ и $Z_d = 50$

сплошная линия: $D = 5$; штриховая линия: $D = 10$; пунктирная линия: $D = 15$

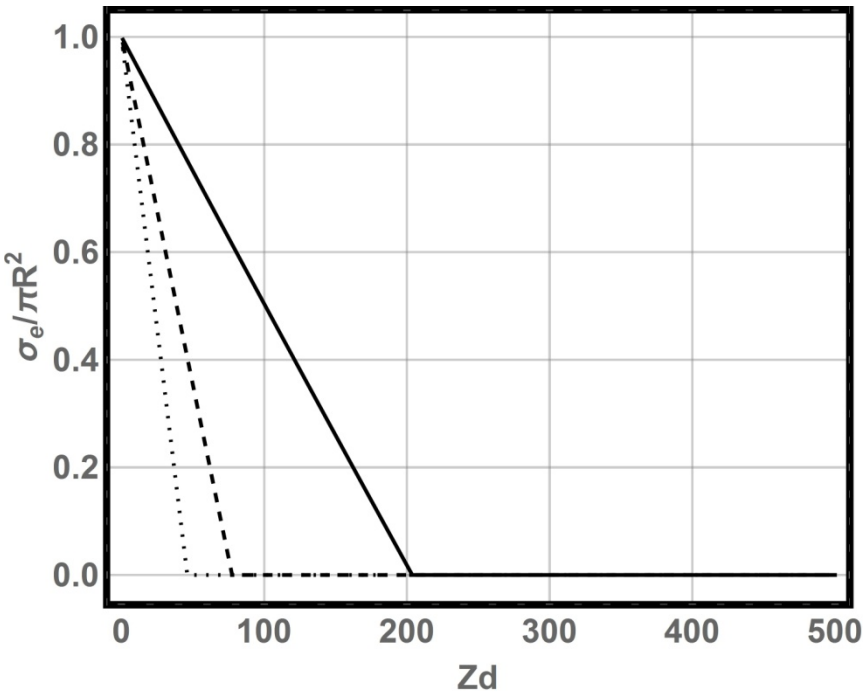
Рисунок 3.42 – Сечение поглощения электронов пылевой частицы в зависимости от их кинетической энергии



$\tau = 1,\ \Gamma = 0.1,\ \beta = 0.001$ и $D = 5$

сплошная линия: $Z_d = 50$; штриховая линия: $Z_d = 100$; пунктирная линия: $Z_d = 150$

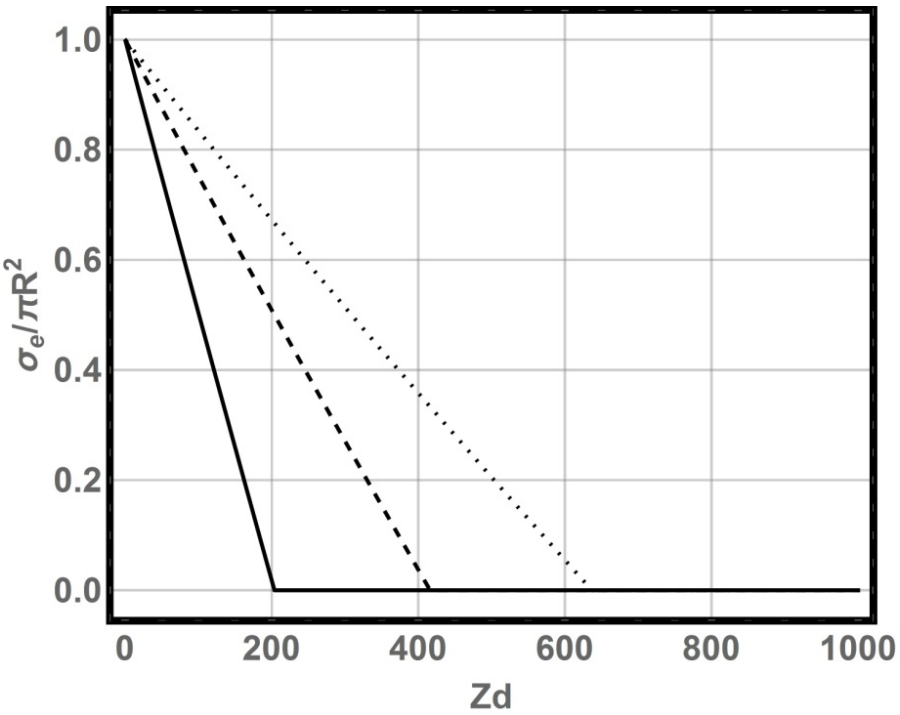
Рисунок 3.43 – Сечение поглощения электронов пылевой частицы в зависимости от их кинетической энергии



$\tau = 1,\ \Gamma = 0.1,\ \beta = 0.001$ и $E / k_B T = 5$

сплошная линия: $D = 5$; штриховая линия: $D = 10$; пунктирная линия: $D = 15$

Рисунок 3.44 – Сечение поглощения электронов пылевой частицы в зависимости от заряда пылинок



$\tau = 1,\ \Gamma = 0.1,\ \beta = 0.001$ и $D = 5$

сплошная линия: $E / k_B T = 5$; штриховая линия: $E / k_B T = 10$; пунктирная линия: $E / k_B T = 15$

Рисунок 3.45 – Сечение поглощения электронов пылевой частицы в зависимости от заряда пылинок

Известно, что I_a поток частиц сорта a на поверхность пылинки получают из соответствующего сечения поглощения путем интегрирования по распределению скоростей в виде:

$$I_a = n_a \int v \sigma_a f_a(v) d^3\mathbf{v} \tag{3.89}$$

где $f_a(v) = (2\pi v_{T,a}^2)^{-3/2} \exp(-v^2 / 2v_{T,a}^2)$ – функция распределения Максвелла с тепловой скоростью $v_{T,a} = \sqrt{k_B T_a / m_a}$.

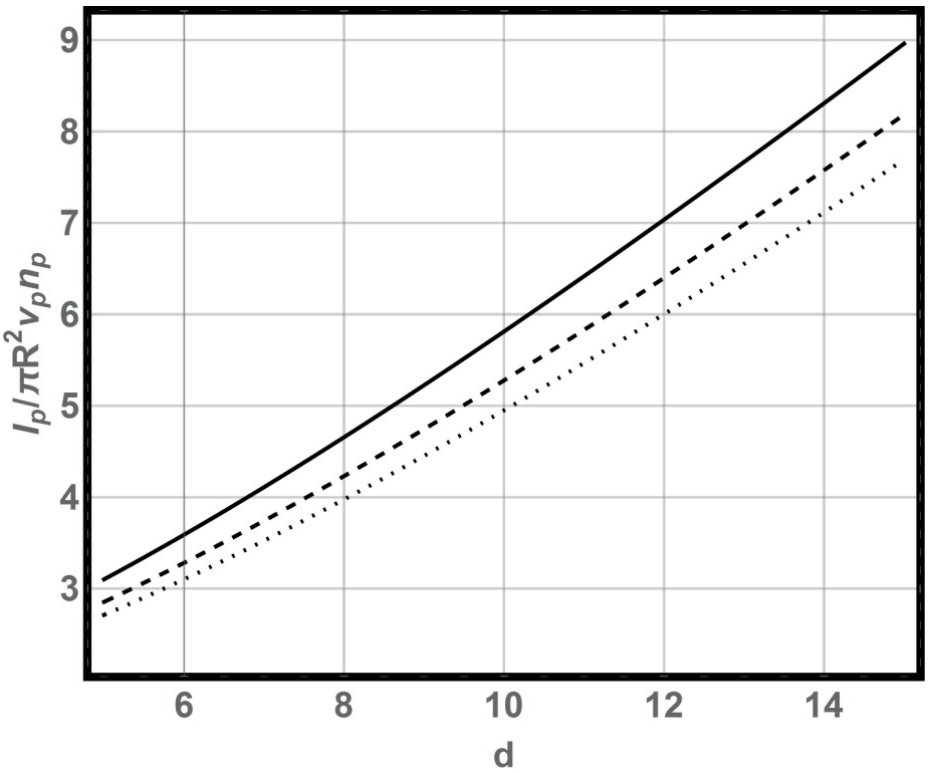
В выражение (3.89) подставляем соответствующие сечения поглощения для электронов (3.87) и протонов (3.88) и получаем следующие выражения для потоков электронов и протонов на поверхность частицы:

$$I_e = 2\sqrt{2\pi} n_e R^2 v_{T,e} \exp\left(-\frac{\Phi_{ed}(0)}{k_B T_e} \right), \tag{3.90}$$

$$I_p = 2\sqrt{2\pi} n_p R^2 v_{T,p} \left(1 - \frac{\Phi_{pd}(0)}{k_B T_p} \right). \tag{3.91}$$

На рисунке 3.46 проанализирована зависимость потока протонов на поверхность пылинки в зависимости от параметра размера. С увеличением параметра размера наблюдается резкий рост потока, а увеличение параметра неизотермичности приводит к его снижению. Это же показывает рисунок 3.47, на котором показана зависимость потока протонов на поверхность пылинки в зависимости от параметра неизотермичности при различных значениях заряда пылинки.

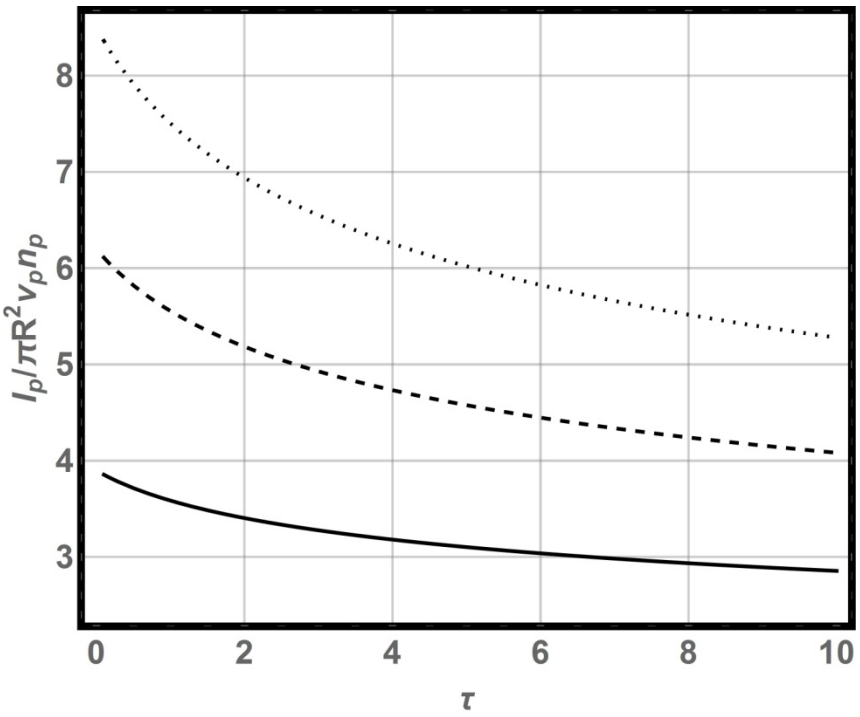
На рисунках 3.48 и 3.49 приведена зависимость потока протонов на поверхность пылинки в зависимости от ее заряда. Полученные зависимости практически линейны и поток сильно растет с увеличением заряда пылинки ввиду притяжения ею налетающих протонов.



$\Gamma = 0.1$, $\beta = 0.001$ и $Z_d = 50$

сплошная линия: $\tau = 5$; штриховая линия: $\tau = 10$; пунктирная линия: $\tau = 15$

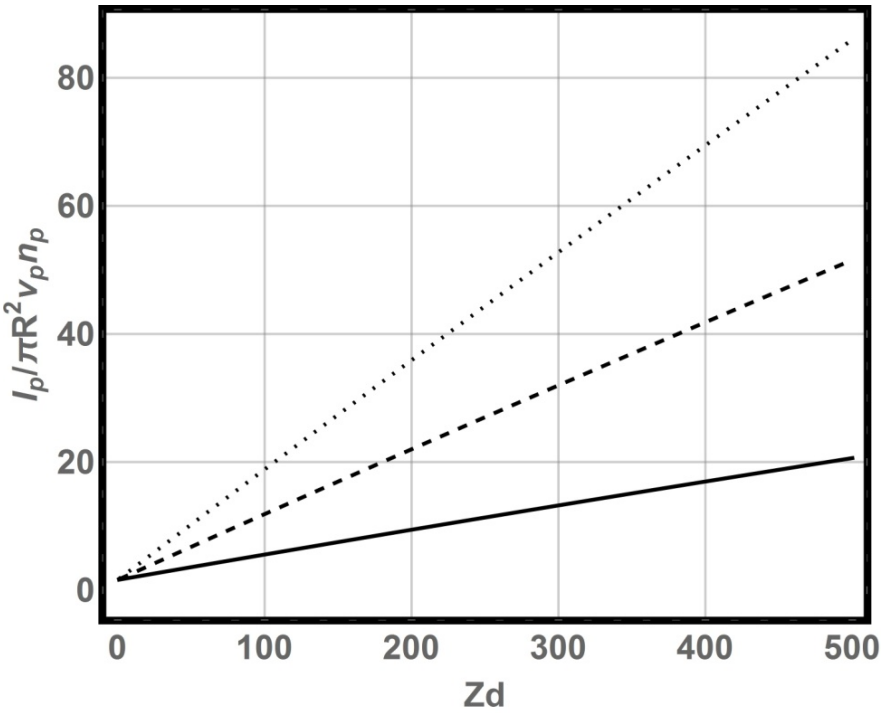
Рисунок 3.46 – Поток протонов на поверхность пылевой частицы в зависимости от параметра размера



$\Gamma = 0.1,\ \beta = 0.001$ и $D = 5$

сплошная линия: $Z_d = 50$; штриховая линия: $Z_d = 100$; пунктирная линия: $Z_d = 150$

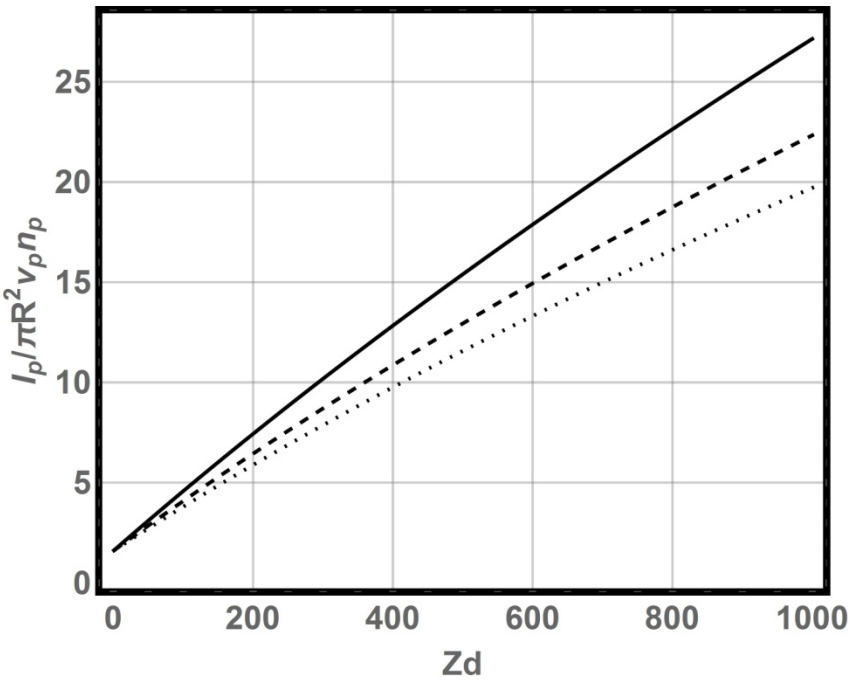
Рисунок 3.47 – Поток протонов на поверхность пылевой частицы в зависимости от параметра неизотермичности



$\tau = 1,\ \Gamma = 0.1,$ и $\beta = 0.001$

Синяя линия: $D = 5$; зеленая линия: $D = 10$; красная линия: $D = 15$

Рисунок 3.48 – Поток протонов на поверхность пылевой частицы в зависимости от заряда пылинок



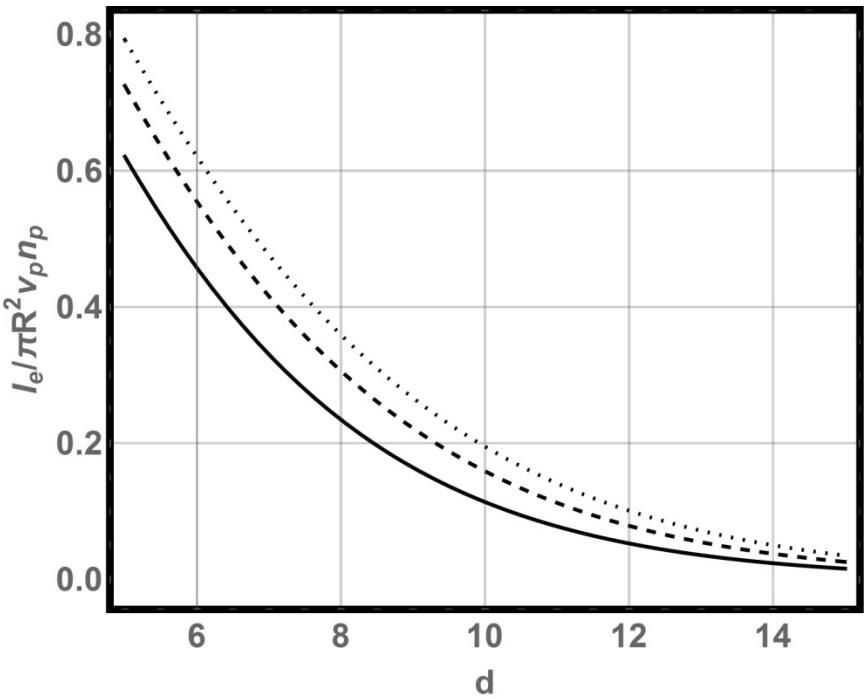
$D = 5$, $\Gamma = 0.1$, и $\beta = 0.001$

сплошная линия: $\tau = 5$; штриховая линия: $\tau = 10$; пунктирная линия: $\tau = 15$

Рисунок 3.49 – Поток протонов на поверхность пылевой частицы в зависимости от заряда пылинок

На рисунке 3.50 проанализирована зависимость потока электронов на поверхность пылинки в зависимости от параметра размера. С увеличением параметра размера наблюдается резкое снижение потока, а увеличение параметра неизотермичности приводит к его увеличению. Это же показывает рисунок 3.51, на котором показана зависимость потока электронов на поверхность пылинки в зависимости от параметра неизотермичности при различных значениях заряда пылинки.

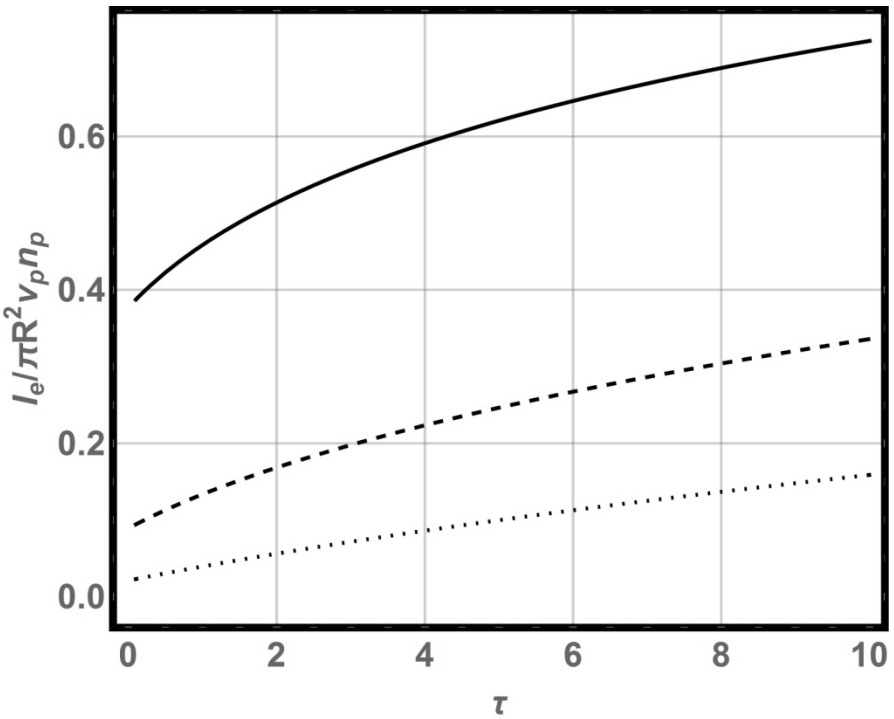
На рисунках 3.52 и 3.53 приведена зависимость потока электронов на поверхность пылинки в зависимости от ее заряда. Полученные зависимости нелинейны, а поток сильно падает с увеличением заряда пылинки ввиду отталкивания ею налетающих электронов.



$\Gamma = 0.1$, $\beta = 0.001$ и $Z_d = 50$

сплошная линия: $\tau = 5$; штриховая линия: $\tau = 10$; пунктирная линия: $\tau = 15$

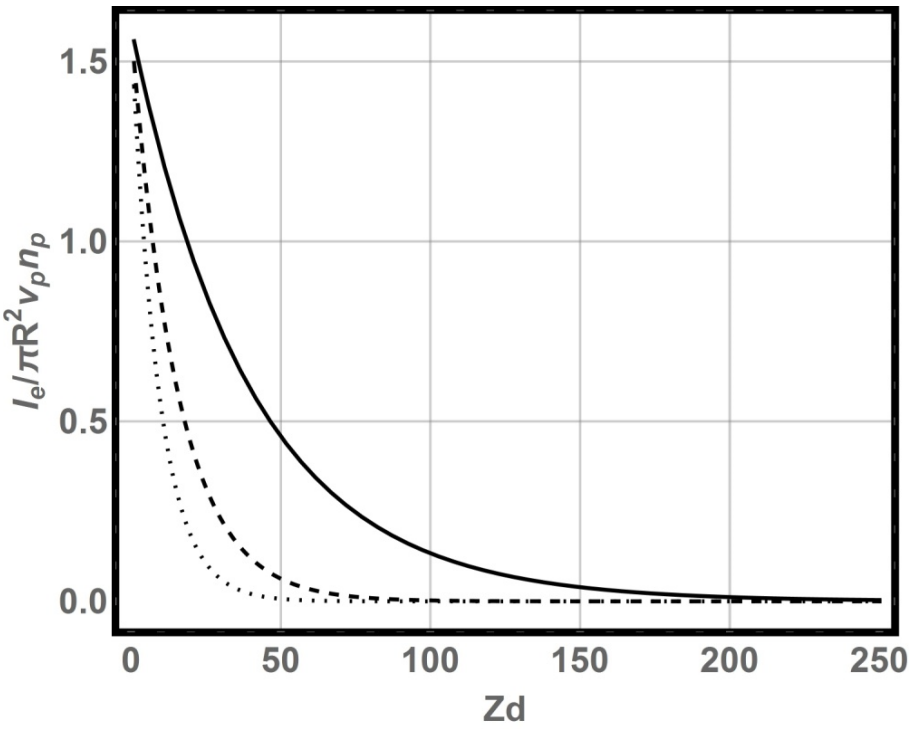
Рисунок 3.50 – Поток электронов на поверхность пылевой частицы в зависимости от параметра размера



$\Gamma = 0.1$, $\beta = 0.001$ и $D = 5$

сплошная линия: $Z_d = 50$; штриховая линия: $Z_d = 100$; пунктирная линия: $Z_d = 150$

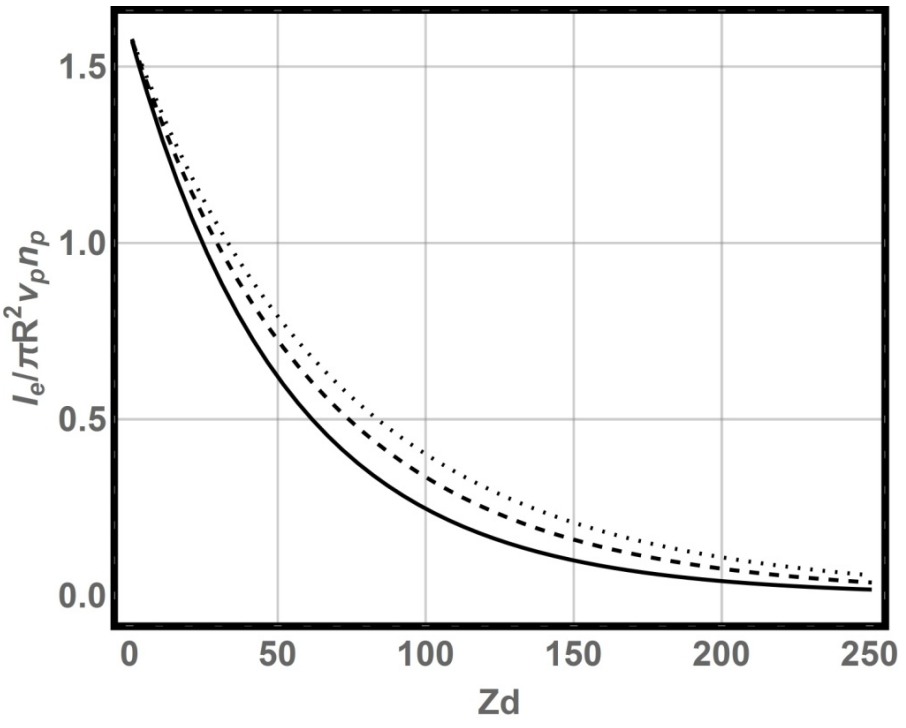
Рисунок 3.51 – Поток электронов на поверхность пылевой частицы в зависимости от параметра неизотермичности



$\tau = 1$, $\Gamma = 0.1$ и $\beta = 0.001$

сплошная линия: $D = 5$; штриховая линия: $D = 10$; пунктирная линия: $D = 15$

Рисунок 3.52 – Поток электронов на поверхность пылевой частицы в зависимости от заряда пылинок



$D = 5$, $\Gamma = 0.1$ и $\beta = 0.001$

сплошная линия: $\tau = 5$; штриховая линия: $\tau = 10$; пунктирная линия: $\tau = 15$

Рисунок 3.53 – Поток электронов на поверхность пылевой частицы в зависимости от заряда пылинок

Заряд пылевой частицы можно считать установившимся, если в единицу времени она поглощает одинаковое число электронов и протонов, то есть выполняется равенство $I_e = I_p$, с помощью выражений (3.90) и (3.91), можно записать следующее общее уравнение:

$$\frac{n_p}{n_e}\sqrt{\frac{m_e T_p}{m_p T_e}}\left(1-\frac{\Phi_{pd}(0)}{k_B T_p}\right)=\exp\left(-\frac{\Phi_{ed}(0)}{k_B T_e}\right), \tag{3.92}$$

которое справедливо для любого вида потенциала взаимодействия между частицами плазмы.

В случае кулоновского взаимодействия между пылинкой и плазменными частицами выражение (3.38) сводится к следующему классическому виду:

$$\frac{n_p}{n_e}\sqrt{\frac{m_e T_p}{m_p T_e}}\left(1+\frac{Z_d e^2}{k_B T_p R}\right)=\exp\left(-\frac{Z_d e^2}{k_B T_e R}\right). \tag{3.93}$$

Следует подчеркнуть, что уравнение (3.93) неявно предполагает тот факт, что заряд пылинки определяется нормальной составляющей напряженности электрического поля вблизи поверхности, а оно не является верным

Для потенциала Юкавы выражение (3.42) записывается так:

$$\frac{n_p}{n_e}\sqrt{\frac{m_e T_p}{m_p T_e}}\left(1+\frac{Z_d e^2}{k_B T_p (1+k_D R) R}\right)=\exp\left(-\frac{Z_d e^2}{k_B T_e (1+k_D R) R}\right), \tag{3.94}$$

Для эффективного потенциала межчастичного взаимодействия (3.39), учитывающего влияние окружающего плазменного слоя на взаимодействие пылевых частиц конечных размеров, получается следующее уравнение:

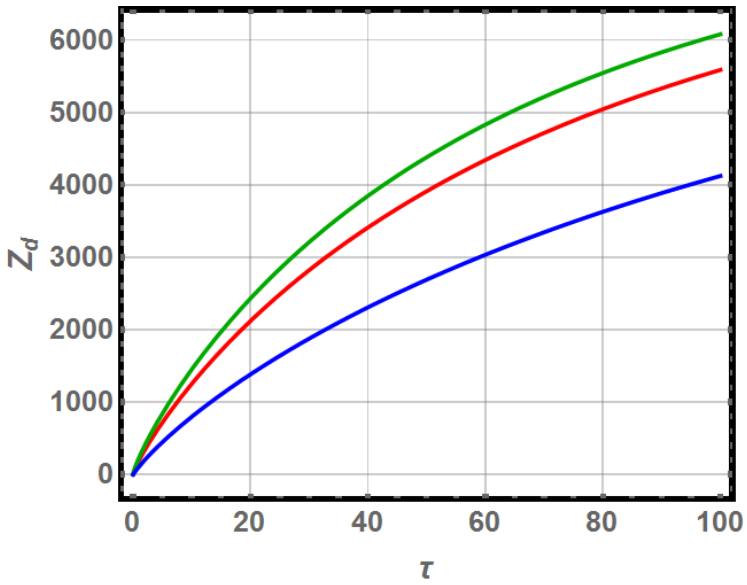
$$\begin{aligned}\frac{n_p}{n_e}\sqrt{\frac{m_e T_p}{m_p T_e}}&\left(1+\frac{Z_d e^2}{k_B T_p R}\left[1-k_D R(1+k_D R\exp(k_D R)\,\mathrm{Ei}(-k_D R))\right]\right)= \\ &=\exp\left(-\frac{Z_d e^2}{k_B T_e R}\left[1-k_D R(1+k_D R\exp(k_D R)\,\mathrm{Ei}(-k_D R))\right]\right).\end{aligned} \tag{3.95}$$

Уравнение (3.95) корректно учитывает граничное условие, заключающееся в том, что заряд пылевой частицы определяется нормальной составляющей вектора электрического смещения в плазме.

На рисунке 3.54 представлены зависимости зарядов пылевых частиц, рассчитанных по формулам (3.93), (3.94) и (3.95), от параметра неизотермичности. Для всех трех случаев заряд пылинок растет с увеличением параметра неизотермичности, так как существенно нарастает подвижность

электронов плазмы. Видно, что использование потенциала Кулона сильно недооценивает заряд пылевых частиц, так как в действительности экранировка поля существенно ослабляет отталкивание электронов, что неизбежно должно вести к увеличению их потока, а значит и к росту заряда пылинок. С другой стороны, использование точного граничного условия из электродинамики плазмы приводит к снижению заряда по сравнению со случаем прямого использования потенциала Юкавы (Дебая-Хюккеля).

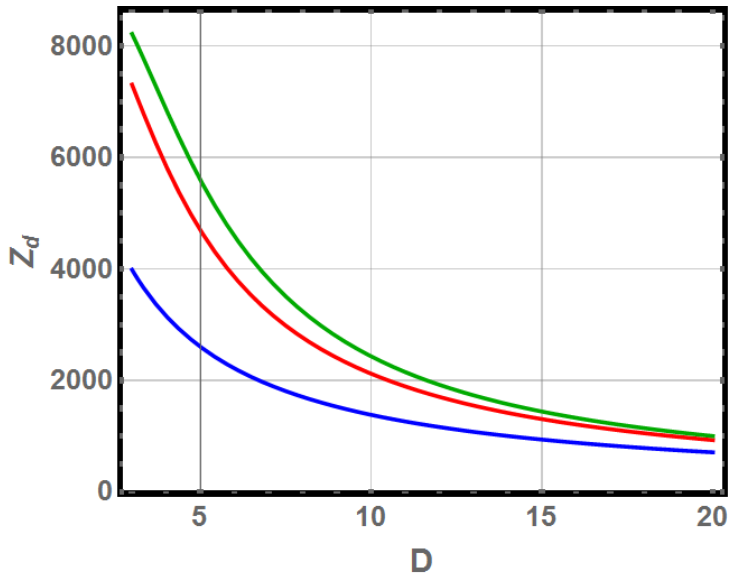
На рисунке 3.55 показана зависимость заряда пылинок от параметра размера. Во всех трех случаях заряд пылинок растет с увеличением размера пылинок, так как плавающий потенциал плазмы остается практически неизменным. Опять отметим, что взаимодействие по закону Кулона приводит к меньшим значениям заряда пылевых частиц, так как экранировка кардинально ослабляет отталкивание электронов. С другой стороны, использование точного граничного условия из электродинамики плазмы приводит к снижению заряда по сравнению со случаем прямого использования потенциала Юкавы (Дебая-Хюккеля).



$D = 10$, $\Gamma = 0.05$ и $\beta = 10^{-4}$

Красная линия: формула (3.95); зеленая линия: формула (3.94); синяя линия: формула (3.93)

Рисунок 3.54 – Зависимость заряда пылинок Z_d от параметра неизотермичности τ



$\tau = 20$, $\Gamma = 0.05$ и $\beta = 10^{-4}$

Красная линия: формула (3.95); зеленая линия: формула (3.94); синяя линия: формула (3.93)

Рисунок 3.55 – Зависимость заряда пылинок Z_d от параметра размера D

Результаты численного анализа показали, что разница в использовании различных потенциалов проявляется уже при значениях параметра размера порядка $d \sim 10-20$. Это в большей степени обусловлено тем, что разность между полученным экранированным потенциалом и микропотенциалом проявляется на малых расстояниях, а усиление экранировки приводит к снижению значения потенциалов на поверхности пылевой частицы.

3.2 Радиальная функция распределения и статический структурный фактор

В физике неидеальных систем, состоящих из большого числа частиц, особенно важную роль, играют две связанные между собой корреляционные функции. Это радиальные функции распределения, представляющие собой плотность вероятности нахождения пары частиц на некотором расстоянии друг от друга, и статические структурные факторы. В теоретической физике разработан целый ряд методов их определения, использующих различные приближения, среди которых особо выделяется метод интегральных уравнений. Помимо этого, широко используются методы компьютерного моделирования, к которым относятся метод Монте-Карло и молекулярной динамики. Знание радиальных функций распределения и статических структурных факторов позволяет рассчитывать все термодинамические функции системы методами статистической физики.

Как было отмечено выше, для определения радиальных функций распределения широко используются различные методы, среди которых наиболее быстрым и надежным считается метод интегральных уравнений.

С точки зрения статистической физики полная многочастичная функция распределения в состоянии термодинамического равновесия известна точно и

выражается распределением Гиббса. Однако она несет в себе много лишней информации, которая не нужна на практике. С точки зрения вычисления термодинамических характеристик среды достаточно знать всего лишь парную корреляционную функцию или соответствующую радиальную функцию распределения.

Из статистической физики равновесных систем многих частиц известно, что прямая корреляционная функция $C(\mathbf{r})$ и парная корреляционная функция $h(\mathbf{r})$ связаны соотношением, называемым уравнением Орнштейна-Цернике, которое для однокомпонентной системы имеет вид

$$h(\boldsymbol{r}) = C(\boldsymbol{r}) + n\int C(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')h(\boldsymbol{r}')d\boldsymbol{r}', \tag{3.96}$$

где

$$h(\boldsymbol{r}) = g(\boldsymbol{r}) - 1, \tag{3.97}$$

а $g(\boldsymbol{r})$ – парная корреляционная функция и n – концентрация частиц.

Уравнения (3.96) и (3.97) являются фактически определениями, а поэтому точны в математическом и физическом смыслах, но их недостаточно для определения трех неизвестных функций.

Существует еще одно соотношение, которое является точным и выражает радиальную функцию распределения через так называемую мостиковую поправку $B(\mathbf{r})$ в виде

$$g(\boldsymbol{r}) = \exp\left(-\frac{\varphi(\boldsymbol{r})}{k_B T} + h(\boldsymbol{r}) - C(\boldsymbol{r}) + B(\boldsymbol{r})\right), \tag{3.98}$$

где $\varphi(\mathbf{r})$ – потенциальная энергия взаимодействия частиц системы, а T – температура системы.

Уравнение (3.98) не дает ничего нового с точки зрения возможности нахождения радиальных функций распределения, так как оно одновременно вводит еще одно неизвестное переменное $B(\mathbf{r})$. Поэтому рассмотрим несколько практических способов замыкания системы (3.96)-(3.98), предложенных в литературе.

Наиболее простым является так называемое гиперцепное приближение, которое состоит в том, что мостиковая поправка просто обнуляется, то есть полагается

$$B(\mathbf{r}) = 0. \tag{3.99}$$

В этом случае система уравнений (3.96)-(3.99) может быть решена численно путем использования итерационного алгоритма. Сравнение с результатами численного моделирования показало, что гиперцепное приближение очень хорошо работает для не слишком сильно связанных систем [137].

С уменьшением расстояний между частицами отклонения гиперцепного приближения от результатов моделирования методом Монте-Карло и молекулярной динамики достигает значительных величин, что стимулировало дальнейшие исследования в этом направлении. Было отмечено, что при очень больших параметрах связи системы радиальные функции становятся похожими на те, которые наблюдаются для системы так называемых твердых шаров, которые обычно анализируются в приближении Перкуса-Йевика

$$C(\boldsymbol{r}) = g(\boldsymbol{r})\left[1 - \exp\left(\frac{\varphi(\boldsymbol{r})}{k_B T}\right)\right]. \tag{3.100}$$

Дополнительное условие обращения в нуль радиальной функции распределения там, где потенциал твердых сфер обращается в бесконечность, позволяет решить полученную систему уравнений и полностью определить все неизвестные функции для твердых сфер. Обнуление радиальной функции распределения на расстояниях, меньше диаметра взаимодействующих частиц, является естественным физическим требованием модели твердых сфер, которые не могут проникать друг в друга. Для этого достаточно вспомнить физический смысл радиальной функции распределения, которая представляет собой плотность вероятности обнаружения частиц на некотором расстоянии друг от друга. Следует особо подчеркнуть, что результаты компьютерного моделирования системы твердых сфер методами Монте-Карло [138,139] и молекулярной динамики полностью подтвердили справедливость уравнения Перкуса-Йевика.

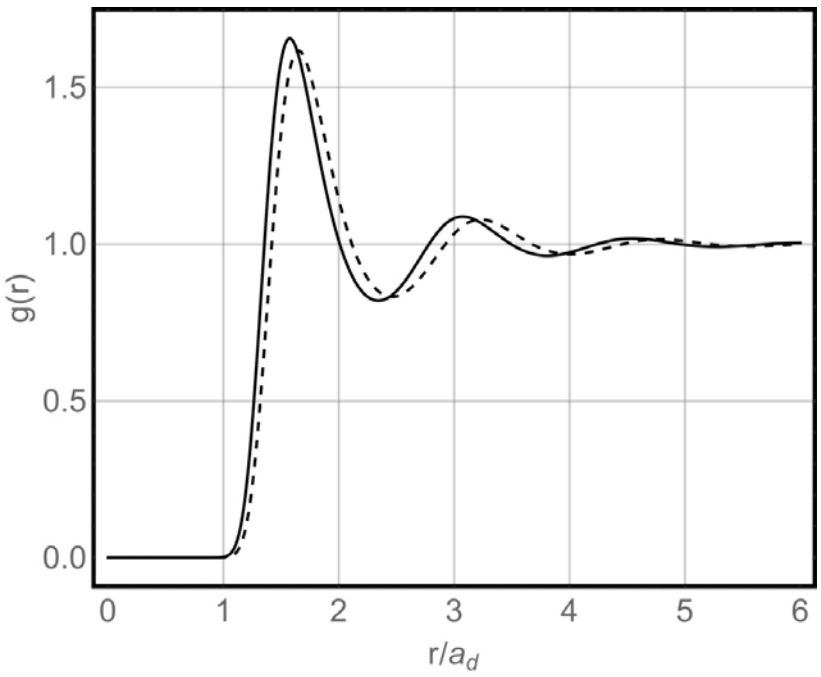
Этот успех для систем твердых сфер позволил продвинуться дальше, выдвинув целый ряд возможных приближенных решений для произвольного потенциала взаимодействия. Основная их идея состоит в том, чтобы использовать систему твердых сфер в качестве базовой и представить реальный потенциал взаимодействия как сумму двух частей, одна из которых составляет потенциал твердых сфер, а другая жестко определена потенциалом взаимодействия самой системы. Все эти методы так или иначе используют тот факт, что мостиковый вклад $B(\mathbf{r})$ слабо зависят от потенциала взаимодействия и поэтому может быть фактически взят из решения уравнения Перкуса-Йевика для твердых сфер. Так появилось простейшее, так называемое базовое гиперцепное приближение [140,141].

В дальнейшем Ладо предложил усложнить схему [142,143], устранив произвол в выборе размера частиц. Он предложил минимизировать свободную

энергию системы при вариации радиальной функции распределения. Такая схема получила название модифицированного гиперцепного приближения.

Розенфельд и Ашкрофт [144-146] пошли еще дальше и предложили минимизировать свободную энергию производя вариацию всех параметров системы/, что позволило не контролировать выполнение дополнительных условий термодинамической согласованности, которые появлялись в модифицированном гиперцепном приближении.

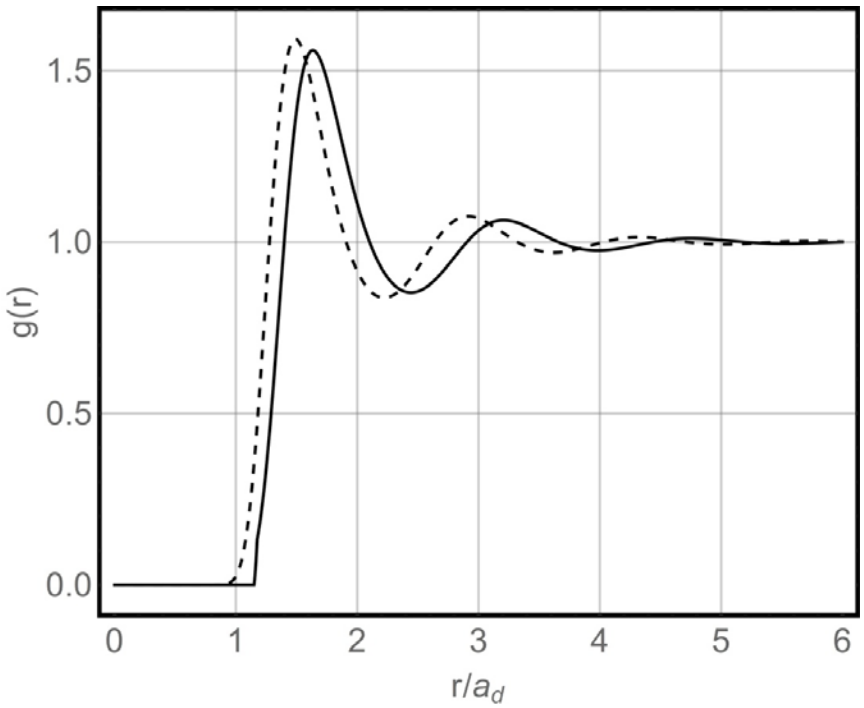
В нашей системе пылевые частицы сами по себе представляют заряженные твердые сферы, поэтому варьирование их размера не представляется возможным. В этой связи представляется разумным использование базового гиперцепного приближения, а также предложенного ранее подхода, основанного на решении обычного уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении, в котором введена поправка Ван-дер-Ваальса на конечный размер частиц [147]. Сравнение радиальных функций распределения для предложенного ранее потенциала взаимодействия (3.39), учитывающего конечность размера пылинок и экранировку поля. представлено на рисунках 3.56-3.59. При этом следует отметить, что отдельно не приходится требовать обнуление радиальной функции распределения там, где расстояние между частицами фактически уменьшается до значения, меньшего диаметра взаимодействия пылевых частиц. Этот результат гарантируется использованием самого метода, в который органично входит использование решения уравнения Перкуса-Йевика для потенциала твердых сфер.



$\beta = 10^{-4};\ \tau = 38;\ \Gamma = 0.01;\ \eta = 0.1;\ \Gamma_d = 1143;\ \kappa = 3.7$

сплошная линия: базовое гиперцепное приближение; штриховая линия: гиперцепное приближение с поправкой Ван-дер-Ваальса

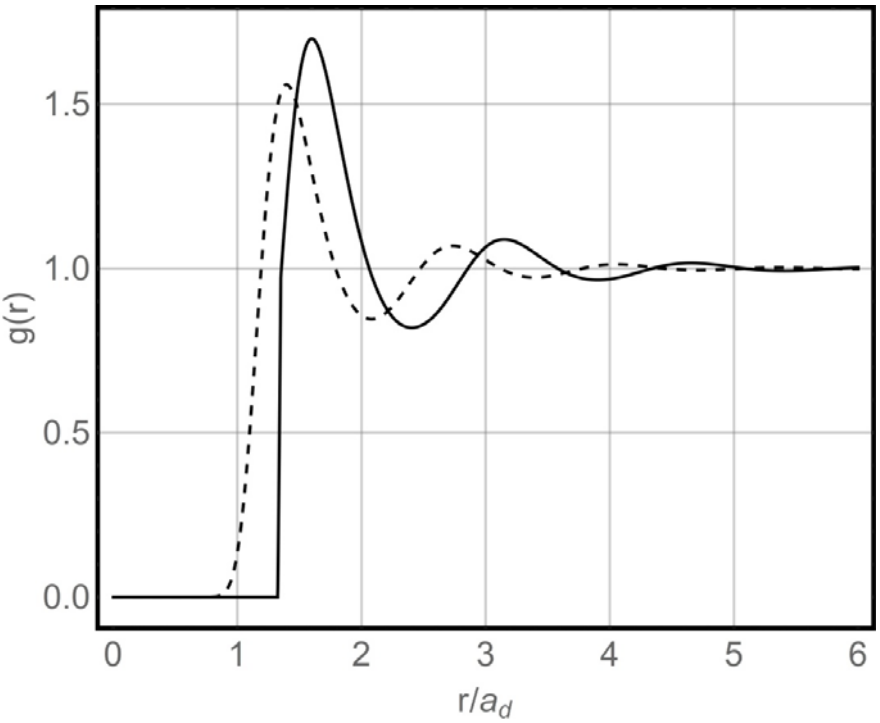
Рисунок 3.56 – Радиальные функции распределения пылевых частиц, рассчитанные разными методами



$\beta = 10^{-4};\ \tau = 38;\ \Gamma = 0.01;\ \eta = 0.2;\ \Gamma_d = 1158;\ \kappa = 3.7$

Красная линия: базовое гиперцепное приближение; синяя линия: гиперцепное приближение с поправкой Ван-дер-Ваальса.

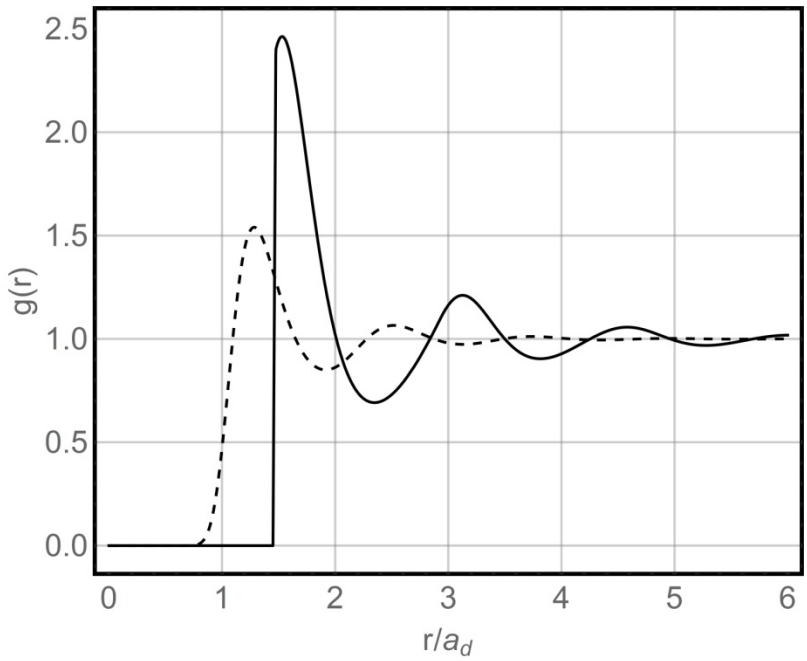
Рисунок 3.57 – Радиальные функции распределения пылевых частиц, рассчитанные разными методами



$\beta = 10^{-4};\ \tau = 38;\ \Gamma = 0.01;\ \eta = 0.3;\ \Gamma_d = 1164;\ \kappa = 3.7$

Красная линия: базовое гиперцепное приближение; синяя линия: гиперцепное приближение с поправкой ван-дер-Ваальса

Рисунок 3.58 – Радиальные функции распределения пылевых частиц, рассчитанные разными методами



$\beta = 10^{-4};\ \tau = 38;\ \Gamma = 0.01;\ \eta = 0.4;\ \Gamma_d = 1168;\ \kappa = 3.7$

Красная линия: базовое гиперцепное приближение; синяя линия: гиперцепное приближение с поправкой Ван-дер-Ваальса

Рисунок 3.59 – Радиальные функции распределения пылевых частиц, рассчитанные разными методами

Анализ полученных графических данных позволяет сделать следующие выводы. При не слишком больших плотностях упаковки оба использованных метода, то есть уравнение Орнштейна-Цернике в гиперцепном и базовом гиперцепном приближениях, дают практически совпадающие результаты. При этом величина первого пика на радиальной функции распределения в базовом гиперцепном приближении резко возрастает с увеличением плотности упаковки, а сам он располагается значительно правее такого же пика в гиперцепном приближении. Это свидетельствует о необходимости корректного и последовательного учета размера пылевых частиц. Следует отметить, что в пылевой плазме, встречающейся в реальных экспериментальных установках, плотность упаковки обычно не является большой и можно применять обычное гиперцепное приближение. Однако это может оказаться несправедливым для так называемых коллоидных суспензий, к которым построенная теоретическая модель также применима.

Чтобы установить характер влияния размера пылевых частиц на радиальные функции распределения необходимо провести их расчет при фиксированных значениях параметра связи Γ_d и экранирования κ, но отличающихся плотностью упаковки η. Результаты проведённых расчетов методом базового гиперцепного приближения представлены на рисунках 3.60 и 3.61, из которых можно заключить, что с увеличением размера пылевых частиц соответствующие минимумы и максимумы на кривых радиальных функции распределения становятся менее выражены.

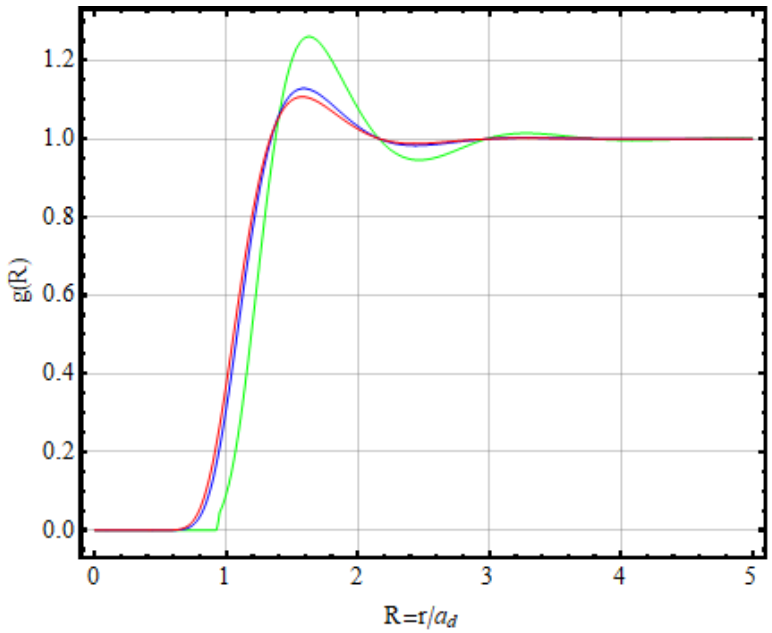


Рисунок 3.60 – Радиальная функция распределения пылевой компоненты плазмы, рассчитанные на основе потенциала (3.39) методом RHNC при $\Gamma = 20,\ \kappa = 2$. Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; синяя линия: $\eta = 10^{-4}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-1}$

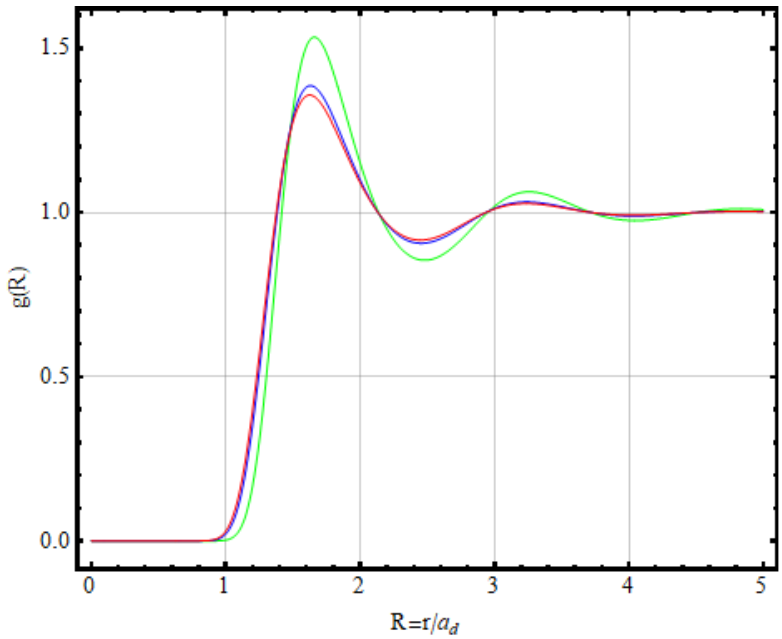
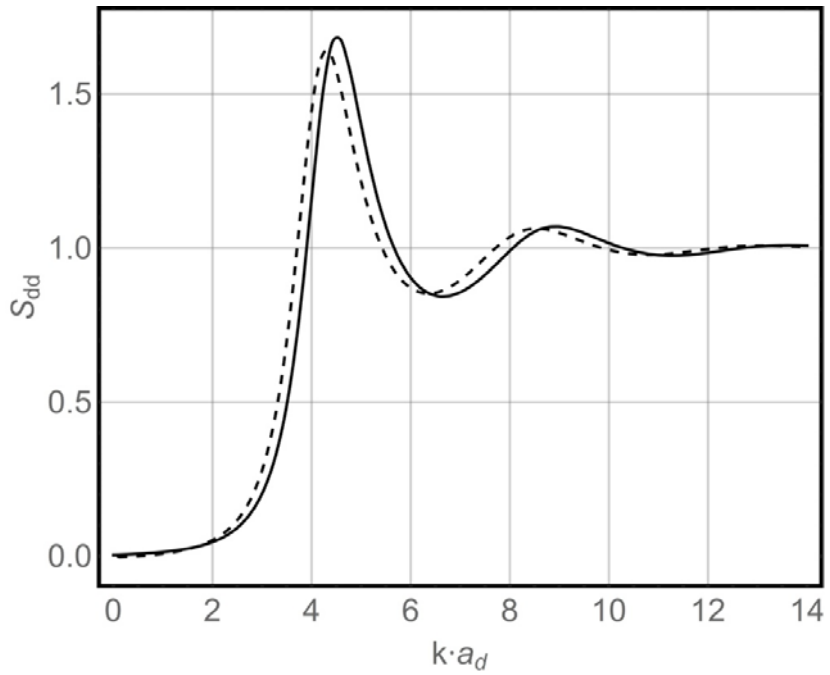


Рисунок 3.61 – Радиальная функция распределения пылевой компоненты плазмы, рассчитанные на основе потенциала (3.39) методом RHNC при $\Gamma = 50,\ \kappa = 1.5$. Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; синяя линия: $\eta = 10^{-4}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-1}$

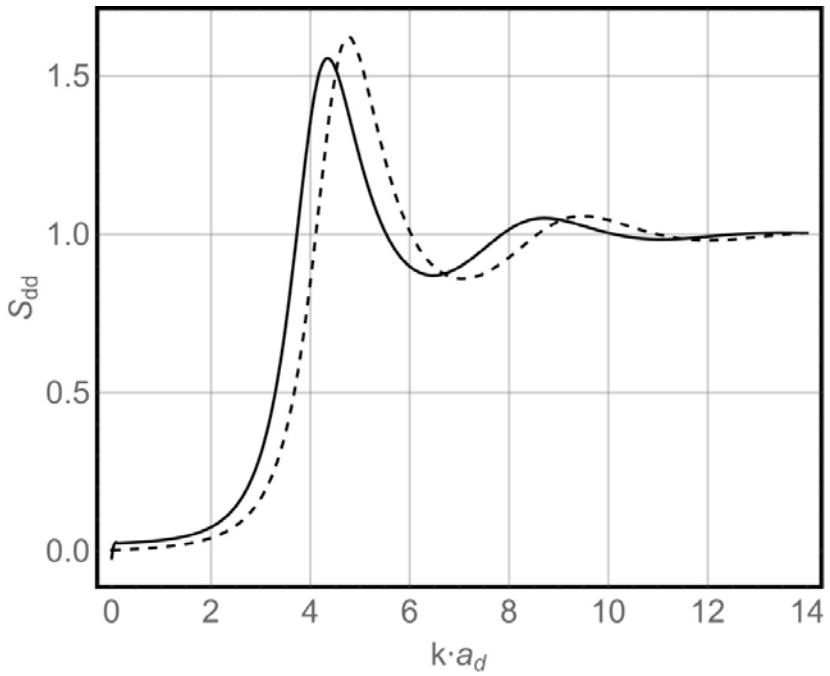
Статические структурные факторы. Аналогичное рисункам 3.56-6.59 сравнение выполнено для статических структурных факторов [148-150] и представлено на рисунках 3.62-3.65.



$\beta = 10^{-4};\ \tau = 38;\ \Gamma = 0.01;\ \eta = 0.1;\ \Gamma_d = 1143;\ \kappa = 3.7$

штриховая линия: базовое гиперцепное приближение; сплошная линия: гиперцепное приближение с поправкой Ван-дер-Ваальса

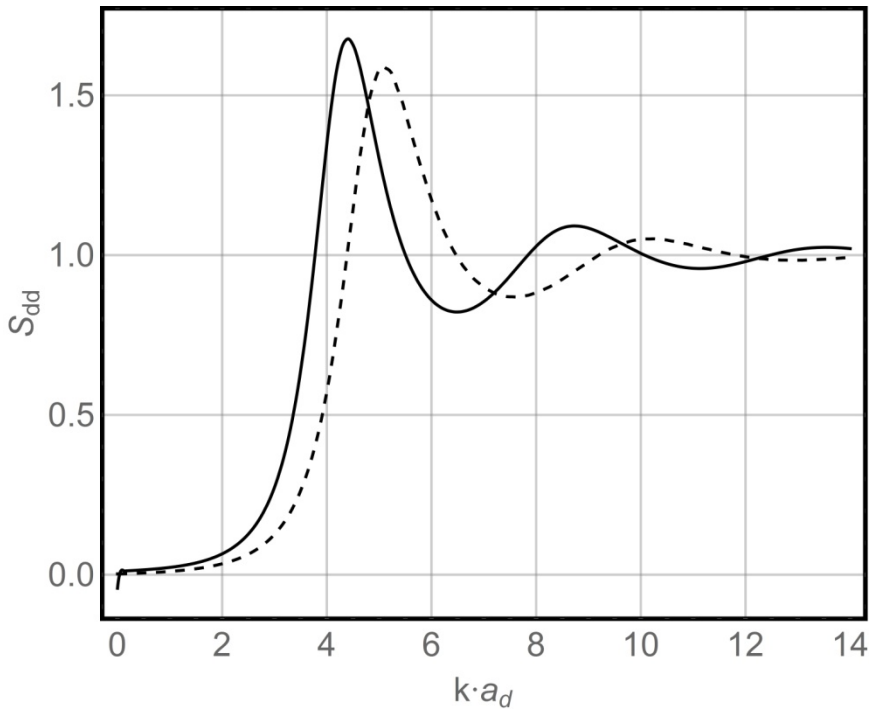
Рисунок 3.62 – Статические структурные факторы пылевых частиц, рассчитанные разными методами



$\beta = 10^{-4};\ \tau = 38;\ \Gamma = 0.01;\ \eta = 0.2;\ \Gamma_d = 1158;\ \kappa = 3.7$

штриховая линия: базовое гиперцепное приближение; сплошная линия: гиперцепное приближение с поправкой Ван-дер-Ваальса

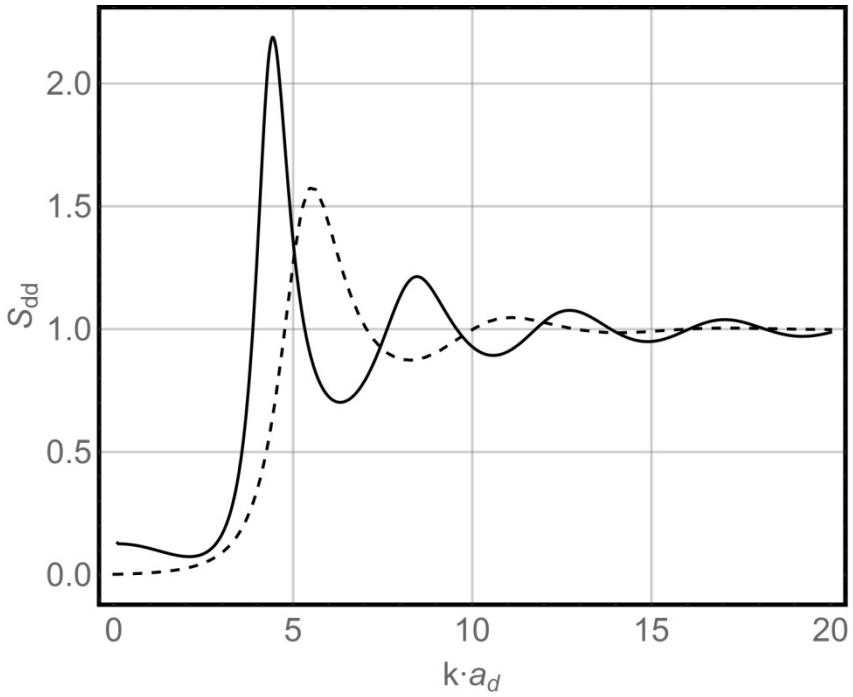
Рисунок 3.63 – Статические структурные факторы пылевых частиц, рассчитанные разными методами



$\beta = 10^{-4};\ \tau = 38;\ \Gamma = 0.01;\ \eta = 0.3;\ \Gamma_d = 1164;\ \kappa = 3.7$

штриховая линия: базовое гиперцепное приближение; сплошная линия: гиперцепное приближение с поправкой Ван-дер-Ваальса

Рисунок 3.64 – Статические структурные факторы пылевых частиц, рассчитанные разными методами



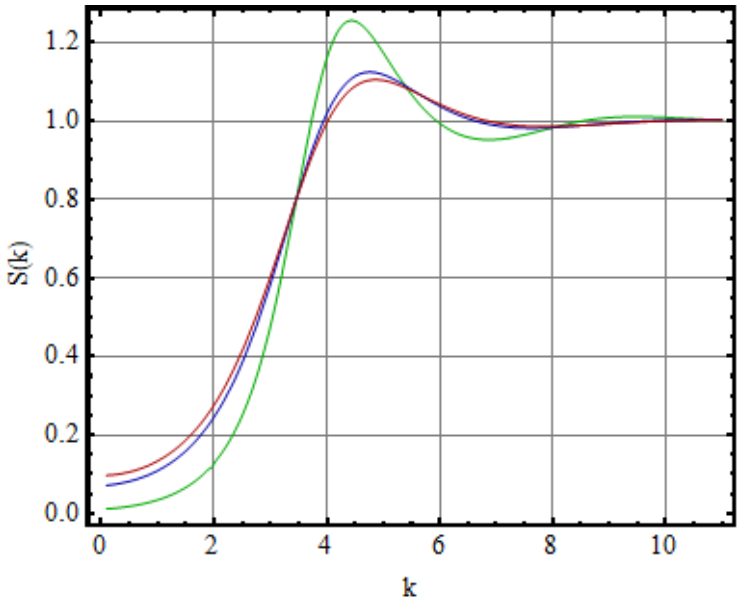
$\beta = 10^{-4};\ \tau = 38;\ \Gamma = 0.01;\ \eta = 0.4;\ \Gamma_d = 1168;\ \kappa = 3.7$

штриховая линия: базовое гиперцепное приближение; сплошная линия: гиперцепное приближение с поправкой Ван-дер-Ваальса

Рисунок 3.65 – Статические структурные факторы пылевых частиц, рассчитанные разными методами

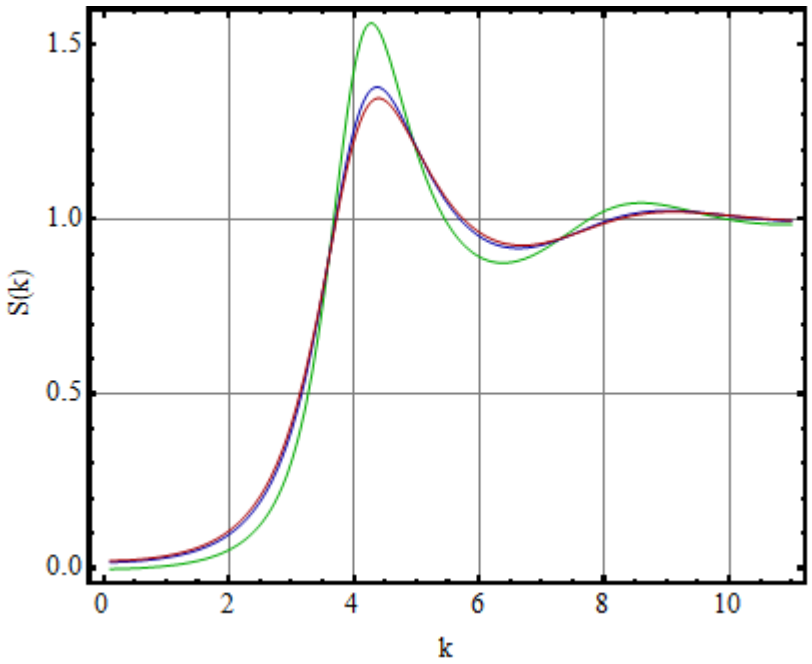
Из анализа полученных данных для статических структурных факторов можно сделать выводы, аналогичные сделанным для радиальных функций распределения. В частности, при малых плотностях упаковки оба использованных метода дают практически совпадающие результаты. При этом величина первого пика на статическом структурном факторе в базовом гиперцепном приближении резко возрастает с увеличением плотности упаковки, а сам он, в отличие от радиальной функции распределения, располагается значительно левее такого же пика в гиперцепном приближении. При этом видно, что вблизи малых волновых чисел структурный фактор для базового гиперцепного приближения поднимается вверх, что, по всей видимости, обусловлено учетом конечности размеров пылевых частиц в самом методе интегральных уравнений, а именно в использовании мостиковых поправок для твердых сфер.

Результаты проведения вычислений для статического структурного фактора по схеме базового гиперцепного приближения, представленные на рисунках 3.66 и 3.68 при фиксированных значениях параметра связи Γ_d и экранирования κ, но отличающихся плотностью упаковки η, демонстрируют появление локальных максимумов и минимумов, величина которых растет с увеличением параметра связи, а также при уменьшении параметра экранирования и плотности упаковки. Очевидно, что появление локальных максимумов и минимумов можно истолковать как формирование ближнего и дальнего порядка в расположении пылевых частиц друг относительно друга. При этом отметим для дальнейшего, что первый пик на кривых статического структурного фактора фактически не зависит от плотности упаковки, то есть размера пылевых частиц.



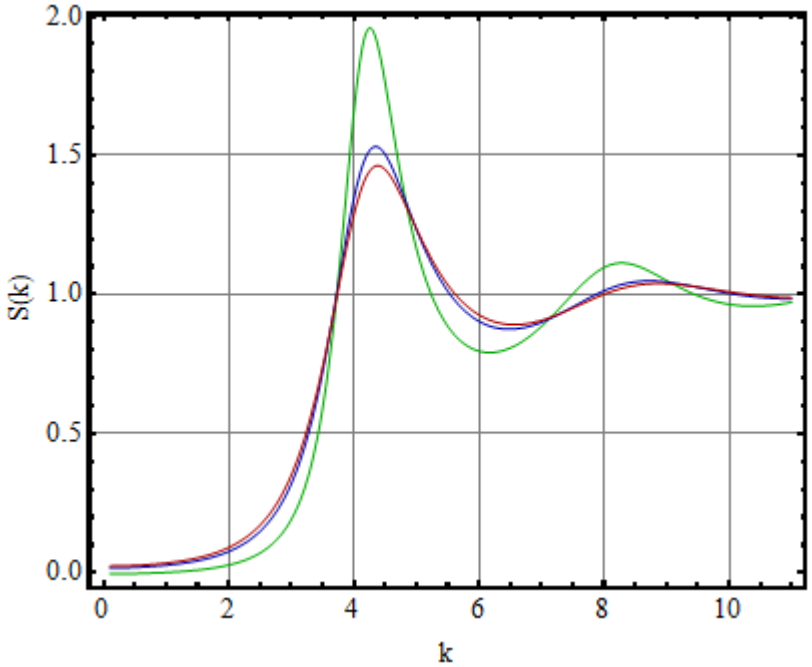
$\Gamma = 20,\ \kappa = 2$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; синяя линия: $\eta = 10^{-4}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-1}$ Рисунок 3.66 – Статические структурные факторы пылевой компоненты плазмы, рассчитанные на основе потенциала (3.39) методом RHNC



$\Gamma = 50,\ \kappa = 1.5$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; синяя линия: $\eta = 10^{-4}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-1}$ Рисунок 3.67 – Статические структурные факторы пылевой компоненты плазмы, рассчитанные на основе потенциала (3.39) методом RHNC



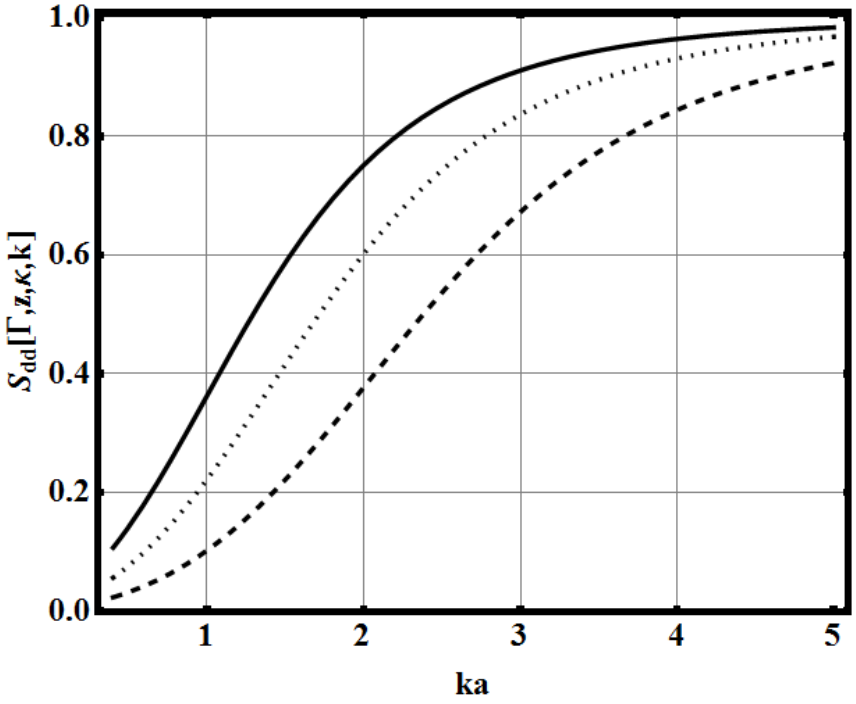
$\Gamma = 100,\ \kappa = 2$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; синяя линия: $\eta = 10^{-4}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-1}$ Рисунок 3.68 – Статические структурные факторы пылевой компоненты плазмы, рассчитанные на основе потенциала (3.39) методом RHNC

В режиме слабой связи статические структурные факторы $S_{dd}(\mathbf{k})$ пылевых частиц выражаются через псевдопотенциал (3.10) следующим образом

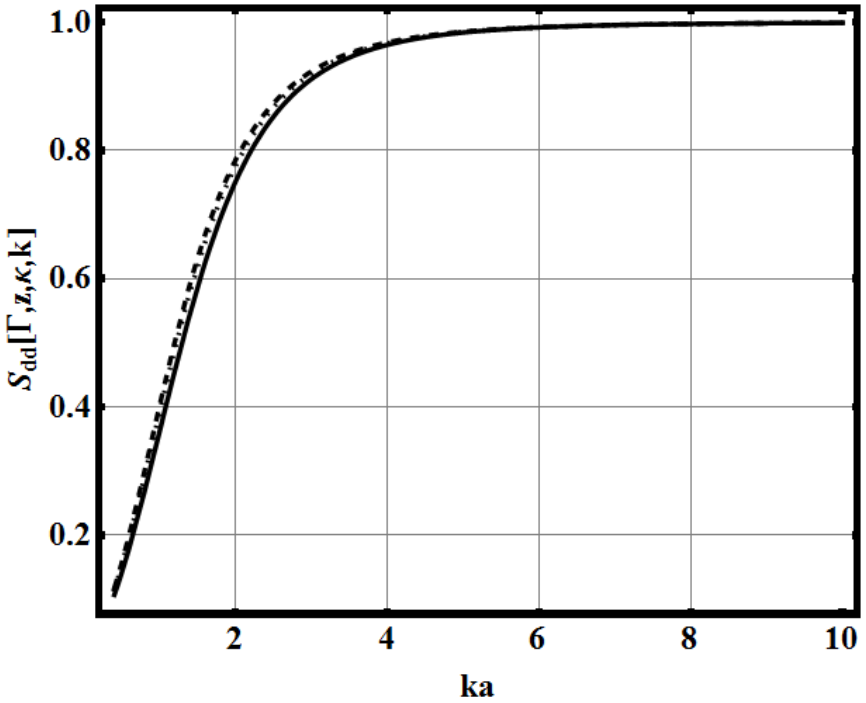
$$S_{dd}(\mathbf{k}) = \frac{1}{1 + \dfrac{n_d}{k_B T}\tilde{\Phi}_{dd}(\mathbf{k})}. \qquad (3.101)$$

Тем самым получена важная аналитическая формула для статических структурных факторов пылевых частиц. На рисунках 3.69-3.71 приведены графики соответствующих зависимостей при различных параметрах плазмы, анализ которых показывает, что увеличение параметра связи приводит к усилению корреляций в системе, так как соответствующие значения структурного фактора больше отклоняются от единицы, соответствующей системе невзаимодействующих частиц. Аналогичное поведение наблюдается с увеличением параметра D, отвечающего за учет конечности размеров пылевых частиц, а изменение параметра экранирования κ слабо сказывается на величине статического структурного фактора.



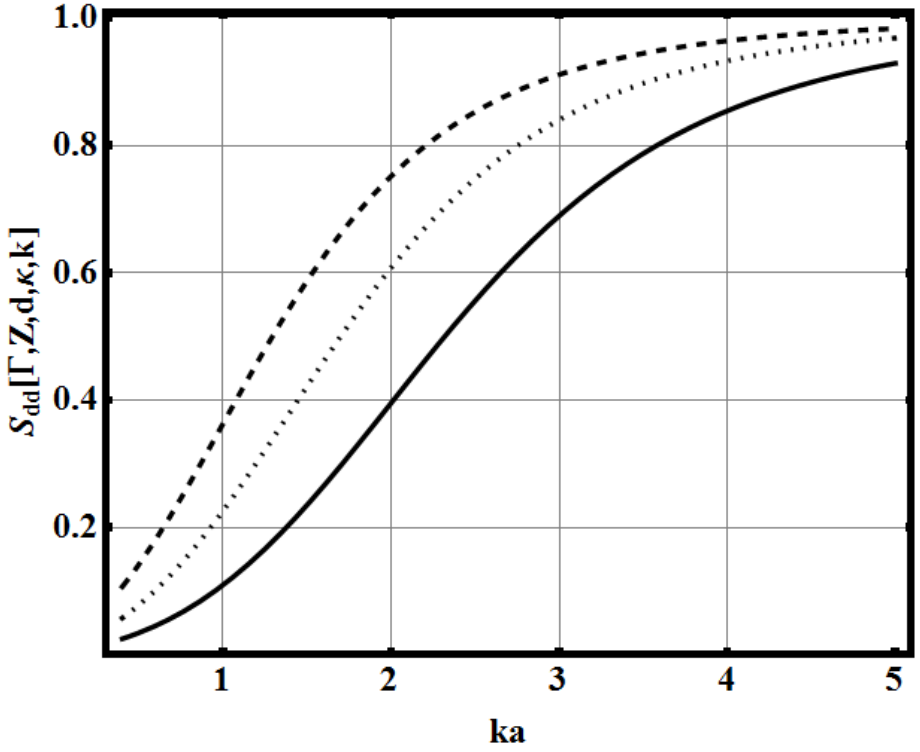
Сплошная линия: $\Gamma_R = 0.1$; точечная линия: $\Gamma_R = 0.2$; штриховая линия: $\Gamma_R = 0.5$, значения безразмерных параметров $\kappa = 3$, $D = 5$ и $Z_d = 100$

Рисунок 3.69 – Статические структурные факторы пылевых частиц



Сплошная линия: $\kappa = 3$; точечная линия: $\kappa = 5$; штриховая линия: $\kappa = 7$, значения безразмерных параметров $\Gamma_R = 0.1$, $D = 5$ и $Z_d = 100$

Рисунок 3.70 – Статические структурные факторы пылевых частиц



Сплошная линия: $D = 3$; точечная линия: $D = 4$; штриховая линия: $D = 5$, значения безразмерных параметров $\Gamma_R = 0.1$, $\kappa = 3$ и $Z_d = 100$

Рисунок 3.71 – Статические структурные факторы пылевых частиц

3.3 Термодинамические свойства пылевой компоненты

Термодинамические свойства, такие как уравнение состояния и корреляционная энергия, играют важную роль при расчете параметров различных установок и изучении протекающих в них процессов. Действительно, наряду с общими термодинамическими соотношениями, справедливыми для произвольных систем, тепловые характеристики конкретного вещества позволяют предсказывать направление физических и химических явлений, происходящих в тех или иных условиях. С этой точки зрения установление вида термического и калорического уравнений состояния некоторой среды является одной из важных задач статистической физики, на которую сама термодинамика не может дать ответ в силу того, что она полностью игнорирует конкретные модели строения вещества и никак не связана с представлением о его структуре.

Одной из наиболее важных термодинамических функций системы является ее уравнение состояния, то есть зависимость давления P от температуры среды T и ее объема V. В данном случае пылевая компонента имеет фиксированное число частиц, поэтому ее давление определяется параметрами Γ и β, а также, как и в уравнение Ван-дер-Ваальса [151], плотностью упаковки η, которая представляет собственный объем всех пылинок. Удобно выражать давление в безразмерных единицах избыточного давления [152], которое имеет вид

$$p_{ex} = \frac{P}{n_d k_B T} - 1. \tag{3.102}$$

Из статистической теории систем, состоящих из большого числа частиц, известно, что избыточное давление можно записать так

$$p_{ex} = \frac{2\pi n_d}{3k_B T} \int_0^\infty r^3 \Phi'_{dd}(r) g(r) dr \tag{3.103}$$

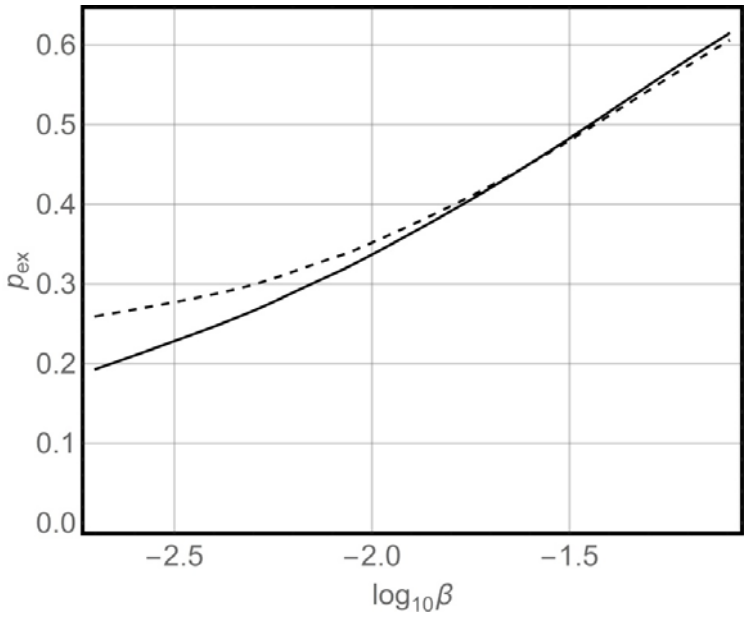
где Φ_{dd} – определенный на предыдущих этапах потенциал взаимодействия пылевых частиц, а $g(r)$ – радиальная функция распределения.

Для тестирования предлагаемого подхода и сравнения с результатами других подходов, разработанных для точечных пылевых частиц, были вычислена сжимаемость $Z = 1 + p_{ex}$ для $\eta = 10^{-15}$, а результаты представлены в Таблице 3.1. Видно, что данные настоящего исследования хорошо согласуются с результатами моделирования методом Монте-Карло, а также данными, полученными в [152].

Таблица 3.1 – Сжимаемость $Z = 1 + p_{ex}$ в широкой области изменения параметров параметра связи пылевой компоненты и параметра экранирования. Z_{MC}: результаты моделирования методом Монте-Карло; Z_{DRY}: результаты [152]; $Z_{present}$: результаты настоящей работы [154]

κ	Γ_d	Z_{MC}	Z_{DRY}	$Z_{present}$
3.050	234.2	10.400	10.343	10.691
2.778	257.1	15.705	15.722	16.081
2.631	271.5	20.016	20.069	20.455
2.532	282.1	23.780	23.855	24.235
2.398	297.9	30.294	30.394	30.792
2.348	304.2	33.204	33.314	33.760
2.306	309.7	35.954	36.072	26.517
2.238	319.2	41.041	41.176	41.582
2.182	327.3	45.711	45.862	46.357
2.117	337.5	52.133	52.307	52.762
2.049	348.6	59.869	60.091	60.548
1.984	360.0	68.640	68.865	69.277
1.923	371.4	78.148	78.387	78.821
1.860	383.9	89.606	89.846	90.303
1.800	396.9	102.492	102.751	103.144

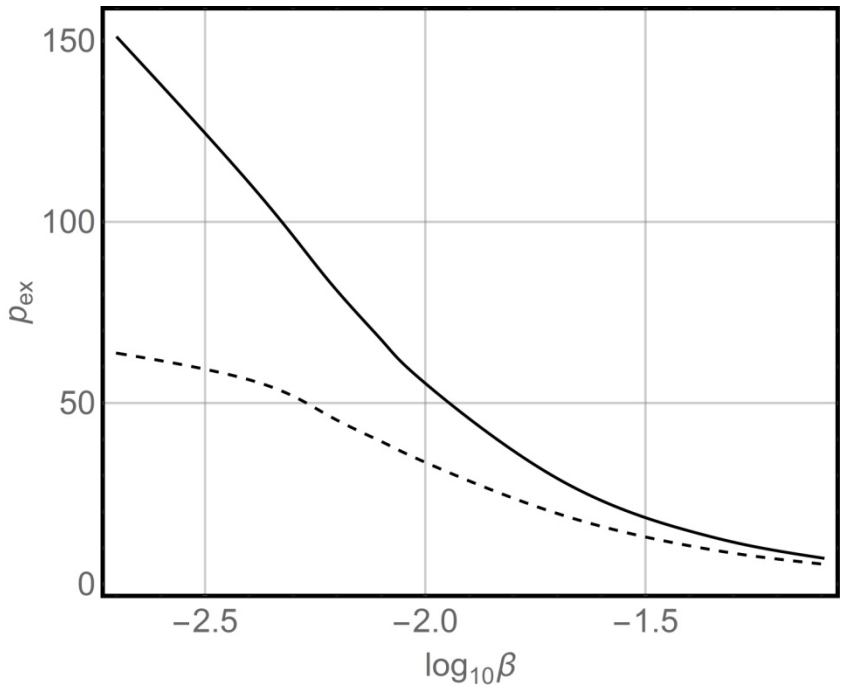
На рисунках 3.72-3.74 представлены зависимости избыточного давления p_{ex} от параметров пылевой плазмы. Там же проведено сравнение с результатами работы [155].



$\tau = 1;\ \Gamma = 0.01;\ \eta = 10^{-6}$

Штриховая линия: [133]; сплошная линия: базовое гиперцепное приближение

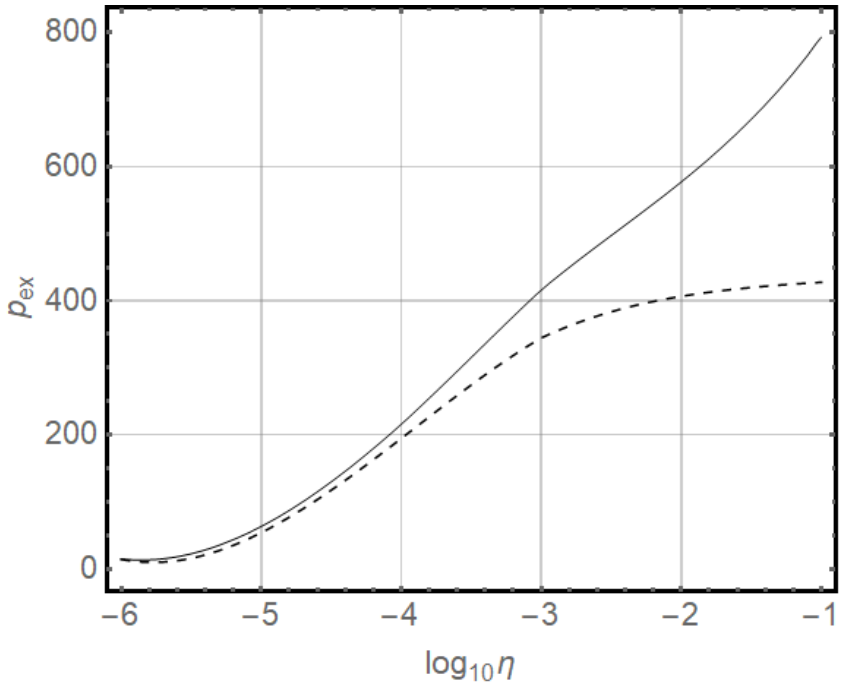
Рисунок 3.72 – Избыточное давление пылевой компоненты в зависимости от $log_{10}\beta$



$\tau = 1;\ \Gamma = 0.01;\ \eta = 10^{-2}$

Штриховая линия: [133]; сплошная линия: базовое гиперцепное приближение

Рисунок 3.73 – Избыточное давление пылевой компоненты в зависимости от $log_{10}\beta$



$\tau = 1;\ \Gamma = 0.01;\ \beta = 10^{-3}$

Штриховая линия: [133]; сплошная линия: базовое гиперцепное приближение

Рисунок 3.74 – Избыточное давление пылевой компоненты в зависимости от $log_{10}\eta$

Анализ графических зависимостей позволяет сделать следующие выводы. При малых плотностях упаковки избыточное давление возрастает при увеличении концентрации пылевых частиц, а при больших плотностях наблюдается противоположная картина, что объясняется изменением заряда пылевых частиц. При увеличении плотности упаковки в избыточном давление начинает доминировать отталкивание, обусловленное конечным объемом пылевых частиц, как это происходит в уравнение Ван-дер-Ваальса.

Еще одной важной термодинамической характеристикой является корреляционная энергия U, которая выражается через избыточную безразмерную величину

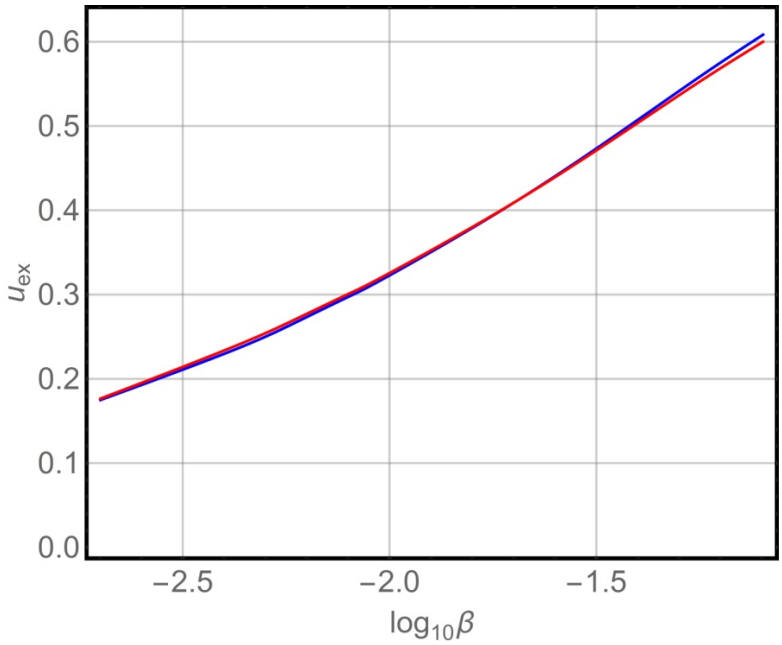
$$u_{ex} = \frac{U}{N_d k_B T}, \tag{3.104}$$

которая приведена к одной пылевой частице.

Аналогично (3.102), u_{ex} вычисляется по формуле

$$u_{ex} = \frac{2\pi n_d}{k_B T} \int_0^\infty r^2 \Phi_{dd}(r) g(r) dr, \tag{3.105}$$

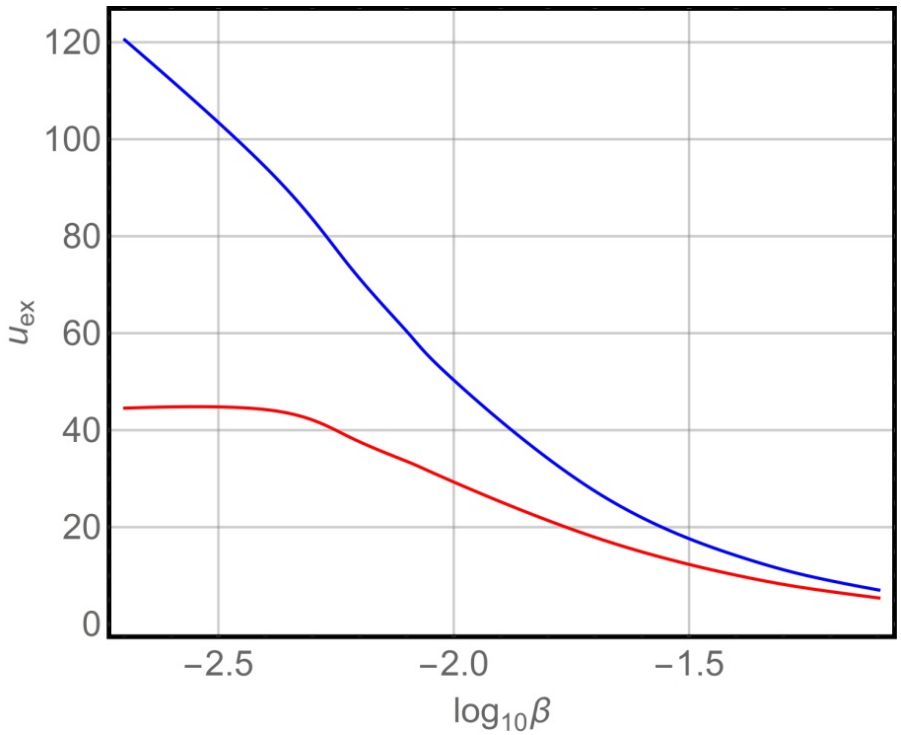
На рисунках 3.75-3.77 представлены зависимости приведенной корреляционной энергии u_{ex} от параметров пылевой плазмы. Там же проведено сравнение с результатами работы [155].



$\tau = 1;\ \Gamma = 0.01;\ \eta = 10^{-6}$

Красная линия: [155]; синяя линия: базовое гиперцепное приближение

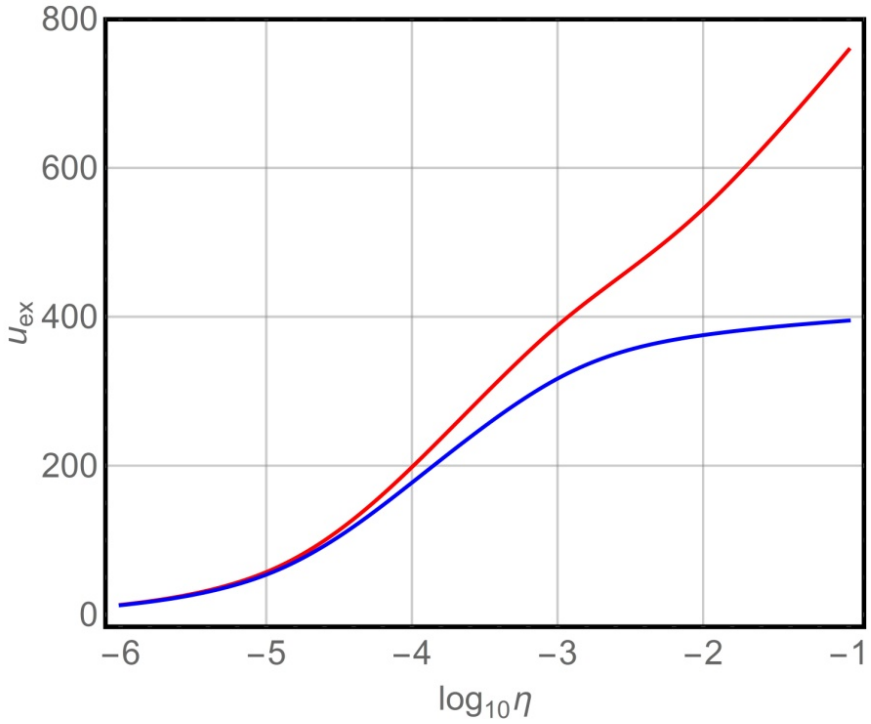
Рисунок 3.75 – Корреляционная энергия пылевой компоненты в зависимости от $log_{10}\beta$



$\tau = 1;\ \Gamma = 0.01;\ \eta = 10^{-2}$

Красная линия: [155]; синяя линия: базовое гиперцепное приближение

Рисунок 3.76 – Корреляционная энергия пылевой компоненты в зависимости от $log_{10}\beta$



$\tau = 1;\ \Gamma = 0.01;\ \beta = 10^{-3}$

Красная линия: [155]; синяя линия: базовое гиперцепное приближение

Рисунок 3.77 – Корреляционная энергия пылевой компоненты в зависимости от $log_{10}\eta$

Анализ графических зависимостей позволяет сделать следующие выводы. При малых плотностях упаковки корреляционная возрастает при увеличении концентрации пылевых частиц, а при больших плотностях наблюдается противоположная картина, что объясняется изменением заряда пылевых частиц. При увеличении плотности упаковки корреляционная энергия для частиц конечных размеров превышает соответствующие значения для точечных частиц. В работах [156,157] приведены исследования термодинамические свойства пылевой компоненты с частицами конечных размеров при других параметрах пылевой плазмы.

4 ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ С ЧАСТИЦАМИ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

Для нахождения динамических характеристик буферной плазмы с пылевыми частицами конечных размеров, используется метод моментов, который позволяет рассчитать динамические характеристики пылевой, основываясь на знании статических свойств и потенциала межчастичного взаимодействия между частицами пылевой плазмы, которые были подробно изучены в предыдущем разделе. В отличие от многих других известных методов расчета, данный подход не требует наличия малого параметра, то есть вклад корреляций между частицами может оставаться существенным.

Уже давно установлено, что надежность тех или иных теоретических подходов или методов компьютерного моделирования, предназначенных для изучения динамических характеристик непертурбативных систем, может быть определена с помощью правил сумм. Одним из наиболее известных правил подобного рода, справедливых для широкого класса плазменных систем, является так называемое правило $f-$сумм. Существуют, но значительно реже используются на практике, и другие правила сумм более высокого порядка, фактически основанные на различных законах сохранения. Следовательно, с практической точки зрения считается, что динамические характеристики плазменной среды правильно описываются в рамках того или иного подхода, если динамический структурный фактор этой системы удовлетворяет установленным правилам сумм, которые таким образом являются индикатором справедливости используемых приближений или корректности компьютерного моделирования.

В дальнейшем в диссертации используется метод моментов, мощь которого заключается в том, что рассчитанный таким образом динамический структурный фактор по определению удовлетворяет всем правилам сумм. Конечно же, этот метод имеет и свои недостатки, главный из которых связан со свободным параметром, который называется параметр-функция Неванлинны (ПФН). Несмотря на то, что ПФН обладает известными математическими свойствами, его нахождение для конкретной физической системы сводится, вообще говоря, к отдельной задаче. ПФН можно построить по данным компьютерного моделирования, с помощью метода моментов с локальными связями, который также опирается на одну или несколько известным из моделирования точек, которые можно назвать реперными. Интересно, однако, отметить, что многие динамические характеристики, рассчитанные с помощью правил сумм и метода моментов, слабо зависят от выбора конкретной ПФН.

В диссертации вначале получены правила сумм для однокомпонентной пылевой плазмы, в которой роль буферной плазмы сведена к экранировке поля. После этого для восстановления динамических характеристик применяется неканоническое решение задачи о моментах, в котором ПФН выбирается статической и удовлетворяющей дополнительному условию об обращении в нуль второй производной динамического структурного фактора по частоте при

$\omega = 0$. Это позволяет использовать так называемую самосогласованную версию метода моментов, в которых для получения всех динамических свойств плазменной среды достаточно знания ее статических свойств без дополнительного привлечения данных компьютерного моделирования.

4.1 Правила сумм для динамического структурного фактора

Пусть частотные моменты $M_\nu(k)$ динамического структурного фактора $S(k,\omega)$ определяются выражением

$$M_\nu(k) = \frac{1}{n_d}\int_{-\infty}^{\infty} \omega^\nu S(k,\omega) d\omega, \;\; \nu = 0,1,..,5. \tag{4.1}$$

Как было упомянуто выше, моменты вычисляются независимо методом вторичного квантования, так что для классической системы все нечетные обращаются в нуль, а первые три четных равны

$$M_0(k) = S(k), \tag{4.2}$$

$$M_2(k) = \frac{\omega_p^2 k^2}{k_D^2}, \tag{4.3}$$

$$M_4(k) = \omega_p^2 M_2(k)\left[\zeta(k) + \frac{3k^2}{k_D^2} + U(k)\right] \tag{4.4}$$

где особо выделяется потенциальный вклад

$$U(k) = \frac{1}{12\pi n_d}\int_0^{\infty} q^2\left(S(q)-1\right)\left(\Lambda(k,q) - \frac{8\zeta(q)}{3}\right)dq \tag{4.5}$$

С

$$\zeta(k) = \frac{1}{1+k^2/k_D^2}\left(1 - 2kR\left[\mathrm{Ci}(2kR)\sin(2kR) + \frac{1}{2}\cos(2kR)(\pi - 2\mathrm{Si}(2kR))\right]\right). \tag{4.6}$$

и

$$\Lambda(k,q) = \frac{1}{q\cdot k^3}\int_{q-k}^{q+k} \frac{\zeta(p)\left(q^2-k^2-p^2\right)^2}{p} dp. \tag{4.7}$$

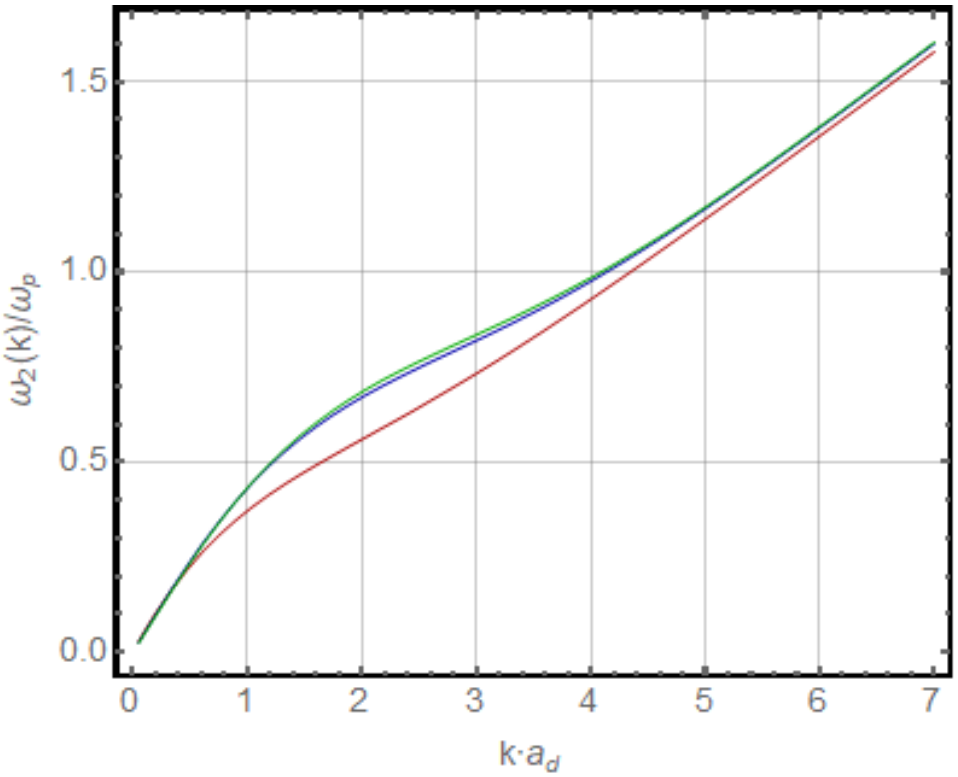
Отметим, что выражение (4.6) справедливо для потенциала (3.39), а здесь и в дальнейшем используется частота продольных колебаний $\omega_p = \sqrt{4\pi n_d Z_d^2 e^2 / m_d}$.

В теории метода моментов большую роль играют не сами моменты, а их отношения, определяемые выражениями

$$\omega_1^2(k) = \frac{M_2(k)}{M_0(k)} \quad \omega_2^2(k) = \frac{M_4(k)}{M_2(k)} \tag{4.8}$$

и имеющими размерность квадрата частоты.

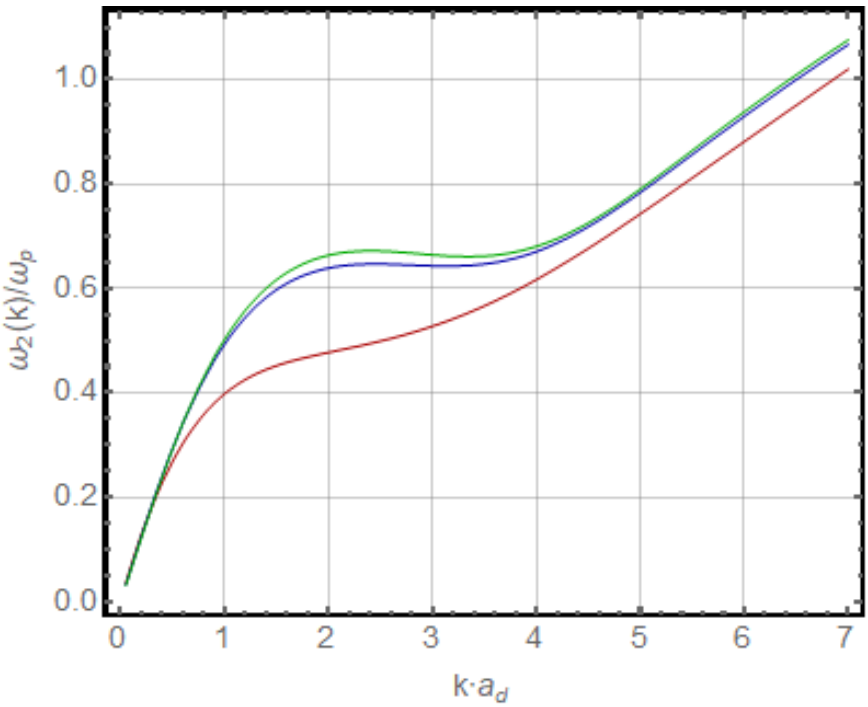
На рисунках 4.1 и 4.2 показаны зависимости характеристических частот $\omega_1(k)$ и $\omega_2(k)$ от безразмерного волнового числа ka_d при различных параметрах плазмы и размерах пылевых частиц.



$\Gamma = 20,\ \kappa = 2$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$

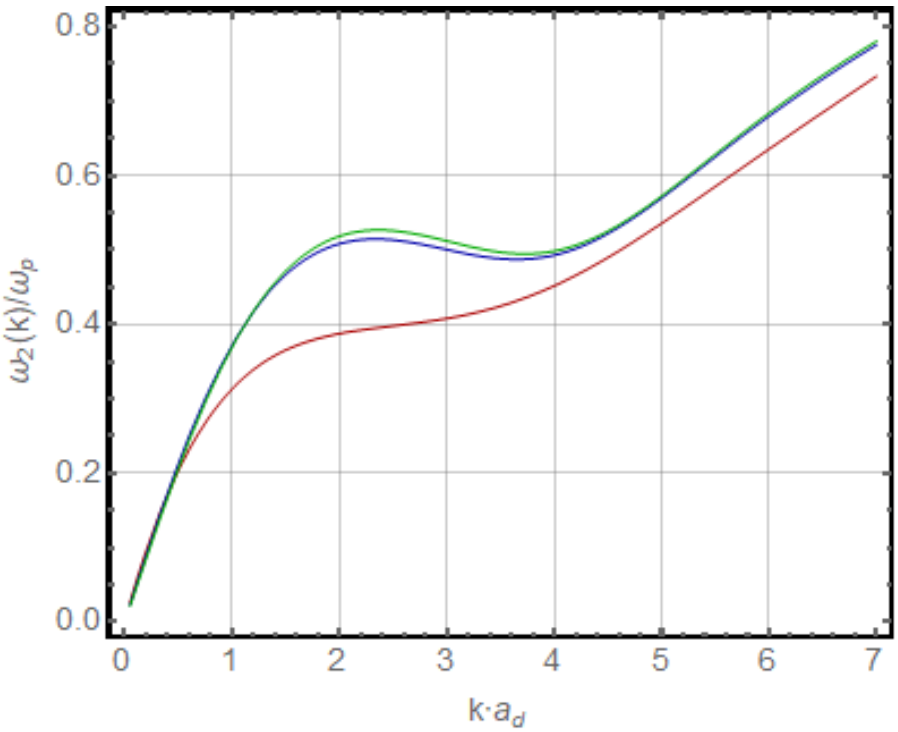
Рисунок 4.1 – Безразмерная характеристическая частота $\omega_2(k)/\omega_p$ пылевой компоненты плазмы, рассчитанные на основе потенциала (4) методом RHNC



$\Gamma = 50,\ \kappa = 1.5$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$

Рисунок 4.2 – Безразмерная характеристическая частота $\omega_2(k)/\omega_p$ пылевой компоненты плазмы, рассчитанные на основе потенциала (3.39) методом RHNC



$\Gamma = 100,\ \kappa = 2$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$

Рисунок 4.3 – Безразмерная характеристическая частота $\omega_2(k)/\omega_p$ пылевой компоненты плазмы, рассчитанные на основе потенциала (3.39) методом RHNC

4.2 Метод моментов для динамического структурного фактора

В экспериментах по рентгеновской и нейтронной спектроскопии соответствующее сечение неупругого рассеяния оказывается пропорциональным динамическому структурному фактору $S(k,\omega)$, который представляет собой усредненный по ансамблю пространственный и временной Фурье-образ коррелятора плотности. Таким образом очевидно, для систематизации экспериментальных данных необходимо разрабатывать теоретические подходы для получения динамического структурного фактора, корректным образом учитывающие происходящие в системе процессы.

Данная работа сфокусирована на режиме сильной связи, в котором методы компьютерного моделирования дают вполне адекватное описание результатов эксперимента. Однако, хотелось бы иметь и теоретические схемы расчета, которое бы давали надежное предсказание поведения динамического структурного фактора в достаточно широкой области изменения параметров плазмы. Отметим, что для сильно связанной пылевой компоненты наиболее продуктивными считаются приближении квазилокализованных частиц [158] и гармоническая теория на решетке [159], хотя последняя и дает результаты по волновым спектрам, которые не зависят от параметра связи.

По известным значениям характеристических частот $\omega_1(k)$ и $\omega_2(k)$ теория моментов позволяет восстановить динамический структурный фактор в следующем виде

$$\frac{S(k,\omega)}{S(k)} = \frac{\omega_1^2(k)(\omega_2^2(k)-\omega_1^2(k))\,\mathrm{Im}\,Q(k,\omega)}{\left|\omega(\omega^2-\omega_2^2(k))+Q(k,\omega)(\omega^2-\omega_1^2(k))\right|^2}, \tag{4.9}$$

где $\omega_1^2(k)=M_2(k)/M_0(k)$, $\omega_2^2(k)=M_4(k)/M_2(k)$, а $Q(k,\omega)$ – неизвестная функция класса Неванлинны, которую необходимо найти для замыкания выражения (4.9) .

В качестве простейшего приближения воспользуемся статической величиной функции-параметра Неванлинны $Q(k,\omega)=ih(k)$ и потребуем, чтобы для динамического структурного фактора (4.9) выполнялось дополнительное условие

$$\left.\frac{d^2S(k,\omega)}{d\omega^2}\right|_{\omega=0}=0. \tag{4.10}$$

Требование (4.10) само по себе не является очевидным, хотя, по-видимому, выполняется для широкого класса сильно связанных систем. В режиме слабой связи соотношение (4.10) заведомо нарушается, но с повышением неидеальности системы оно начинает выполняться все точнее и точнее. Можно даже выдвинуть правдоподобную гипотезу о том, что сильное взаимодействие в кулоновских системах приводит к быстрому исчезновению корреляций

плотности на больших временах, что напрямую связано с поведением динамического структурного фактора на низких частотах. Тем не менее, можно провести прямое сравнение следствий из соотношения (4.10) с результатами компьютерного моделирования, что и выполнено ниже.

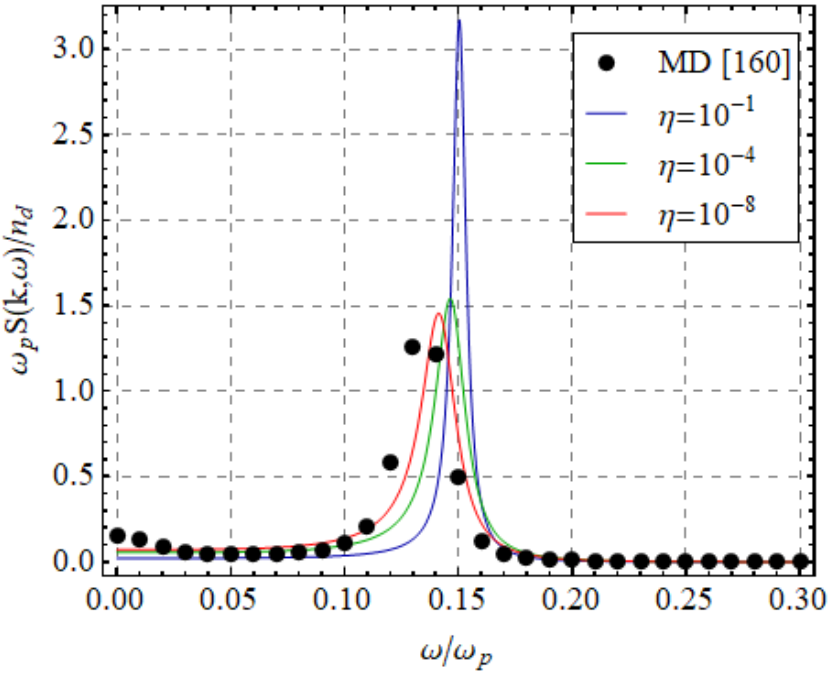
Используя статическое приближение $Q(k,\omega)=ih(k)$, из формулы (4.9) при условии (4.10), находим

$$h(k)=h_0(k)=\frac{\omega_2^2(k)}{\sqrt{2}\omega_1(k)}, \tag{4.11}$$

что позволяет переписать формулу (4.9) в виде

$$\frac{S(k,\omega)}{S(k)}=\frac{\omega_1^2(k)(\omega_2^2(k)-\omega_1^2(k))h_0(k)}{\omega^2(\omega^2-\omega_2^2(k))^2+h_0^2(k)(\omega^2-\omega_1^2(k))^2}. \tag{4.12}$$

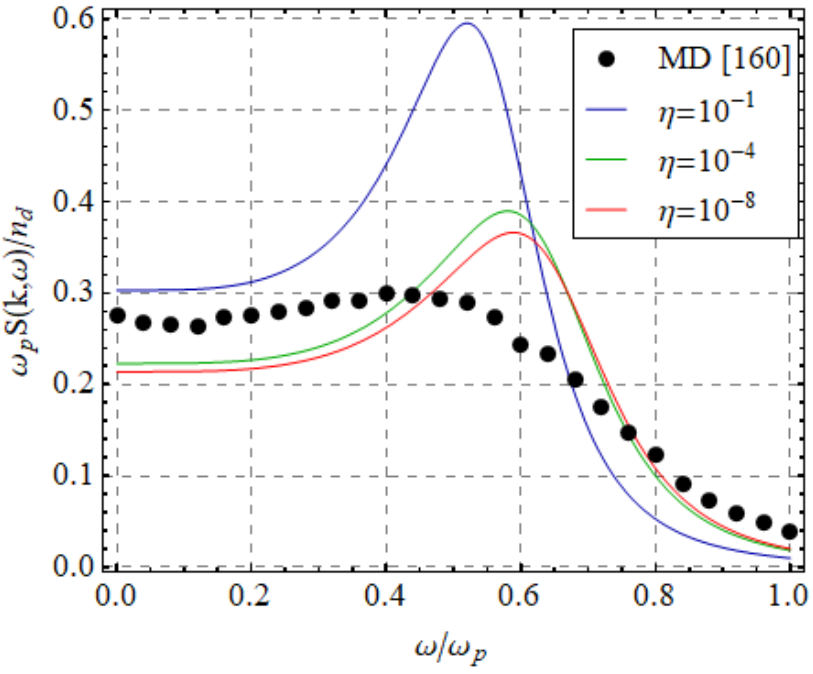
Выражение (4.12) очень примечательно тем, что позволяет по известному статическому структурному фактору определить динамический структурный фактор сильно связанной кулоновской системы. Так как статические структурные факторы были рассчитаны в предыдущем разделе, то это позволяет определить поведение динамического структурного фактора для пылевой компоненты плазмы с частицами конечных размеров, а результаты представлены на рисунках 4.3-4.6 в сравнении с данными моделирования методом молекулярной динамики [160]. Видно, что наблюдается очень хорошее не только качественное, но и количественное согласие для больших значений параметра связи и очень малых значениях плотности упаковки. С ростом плотности упаковки максимумы на кривых динамического структурного фактора сильно возрастают и становятся уже, что с физической точки зрения свидетельствует об уменьшении затухания коллективных мод в системе, в частности, для пыле-акустических волн. Смещение же максимумов носит нерегулярный характер и может происходить как влево, так и вправо в зависимости от волнового числа, что тоже должно получить отражение в спектре коллективных мод.



$\Gamma = 20,\ \kappa = 2,\ q = ka_d = 0.31$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$; черные кружки: метод МД [160]

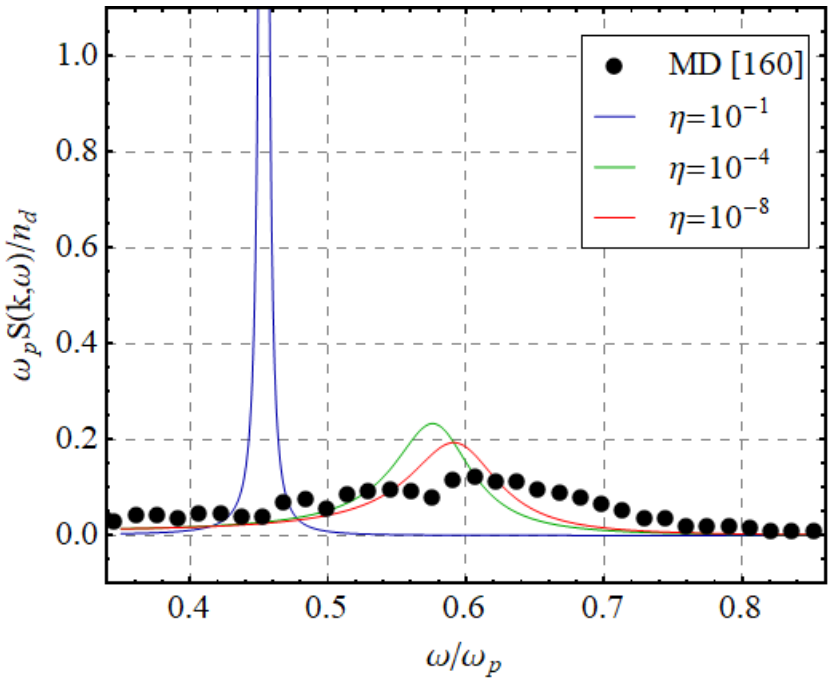
Рисунок 4.3 – Динамический структурный фактор пылевой компоненты плазмы $S(k,\omega)$, рассчитанный по формуле (4.12)



$\Gamma = 20,\ \kappa = 2,\ q = ka_d = 2.63$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$; черные кружки: метод МД [160]

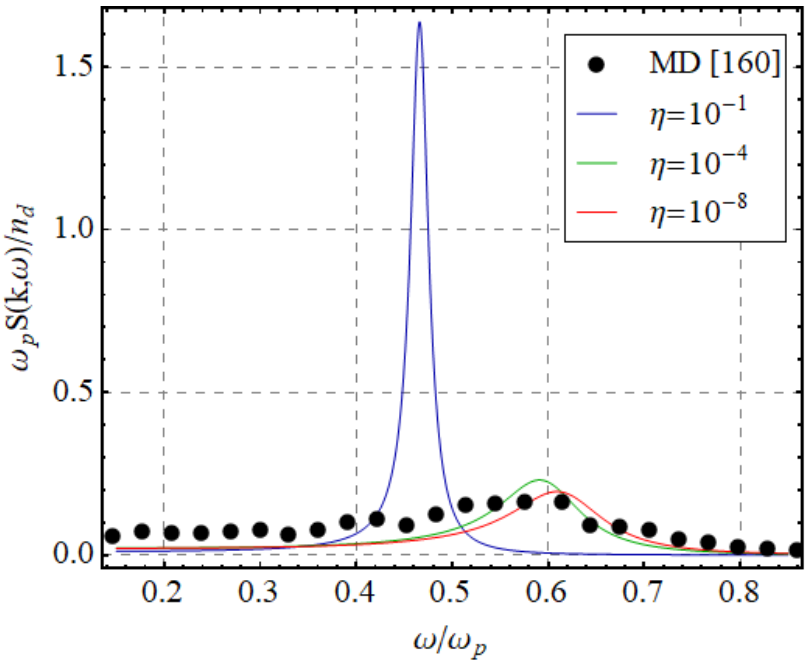
Рисунок 4.4 – Динамический структурный фактор пылевой компоненты плазмы $S(k,\omega)$, рассчитанный по формуле (4.12) при



$\Gamma = 50,\ \kappa = 1.5,\ q = ka_d = 1.5468$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$; черные кружки: метод МД [160]

Рисунок 4.5 – Динамический структурный фактор пылевой компоненты плазмы $S(k,\omega)$, рассчитанный по формуле (4.12)



$\Gamma = 50,\ \kappa = 1.5,\ q = ka_d = 1.9335$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$; черные кружки: метод МД [160]

Рисунок 4.6 – Динамический структурный фактор пылевой компоненты плазмы $S(k,\omega)$, рассчитанный по формуле (4.12)

4.3 Дисперсия и декремент затухания пыле-акустических мод для частиц с постоянным зарядом

Для исследования спектра пыле-акустических волн широко используются метод обобщенной гидродинамики [161], кинетические уравнения для многокомпонентных смесей [162], а также приближение квазилокализованных заряженных частиц [70]. В методе моментов, однако, спектр пыле-акустических волн компактно определяется через статические величины следующим образом [160]

$$\omega_{col}(k) = \omega(k) - i\delta(k) = -wX(k) - w^2 Y(k) - \frac{ih_0(k)}{3}, \tag{4.13}$$

$$X(k) = \sqrt[3]{\frac{h_0(k)W(k)}{2i} + Z(k)}, \tag{4.14}$$

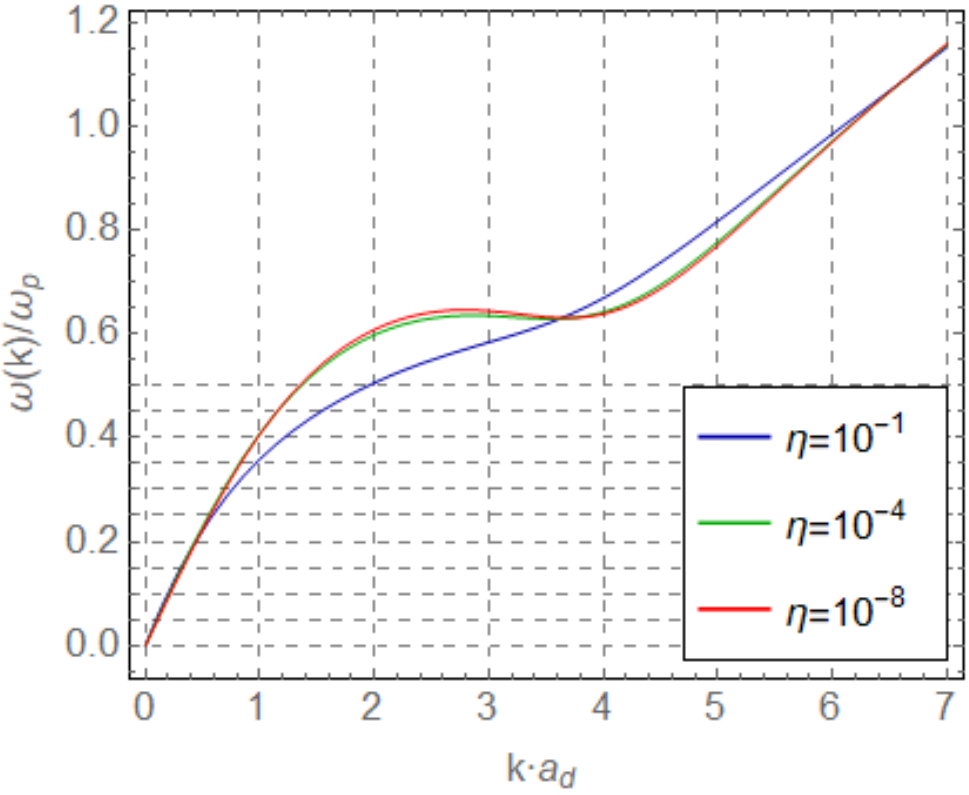
$$Y(k) = \sqrt[3]{\frac{h_0(k)W(k)}{2i} - Z(k)}, \tag{4.15}$$

$$W(k) = -\frac{1}{3}\omega_2^2(k) + \omega_1^2(k) + \frac{2}{27}h_0^2(k), \tag{4.16}$$

где $w = \exp(2\pi i/3)$.

На рисунке 4.7-4.12 показаны спектр и декремент пылево-акустических волн в сильно связанной пылевой плазме при различных значениях параметров плазмы и значения плотности упаковки пылевых частиц. На одном из графиков также приведено прямое сравнении с результатами моделирования методом молекулярной динамики для точечных частиц пыли, взаимодействующие через потенциал Юкавы. Отмечено, что для малых значений параметра плотности упаковки η предложенный метод расчета спектра согласуется как качественно, так и количественно. с данными моделирования. С другой стороны, как можно ожидать, размер пылевых частиц открыто проявляет себя для коротковолновой части спектра, то есть для довольно больших волновых чисел k. Что касается малых волновых чисел, то поведение пыле-акустических волн не зависит от размера пылевых частиц, что традиционно интерпретируется как независимость скорости звука от параметров системы, см. [163,164]. Кроме того, фононная структура спектра при малых волновых числах заменяется появлением ротонного минимума и, что самое интересное, его положение остается фиксированным на оси волнового числа при изменении размеров частиц пыли. Аналогичный вывод можно сделать для положения максимума на кривой спектра, расположенного в окрестности максимума статического структурного фактора. Таким образом, сделан довольно строгий вывод о том, что в сильно связанном режиме спектр пыле-акустических волн топологически инвариантен, а волновые числа его характерных точек вместе с фононной

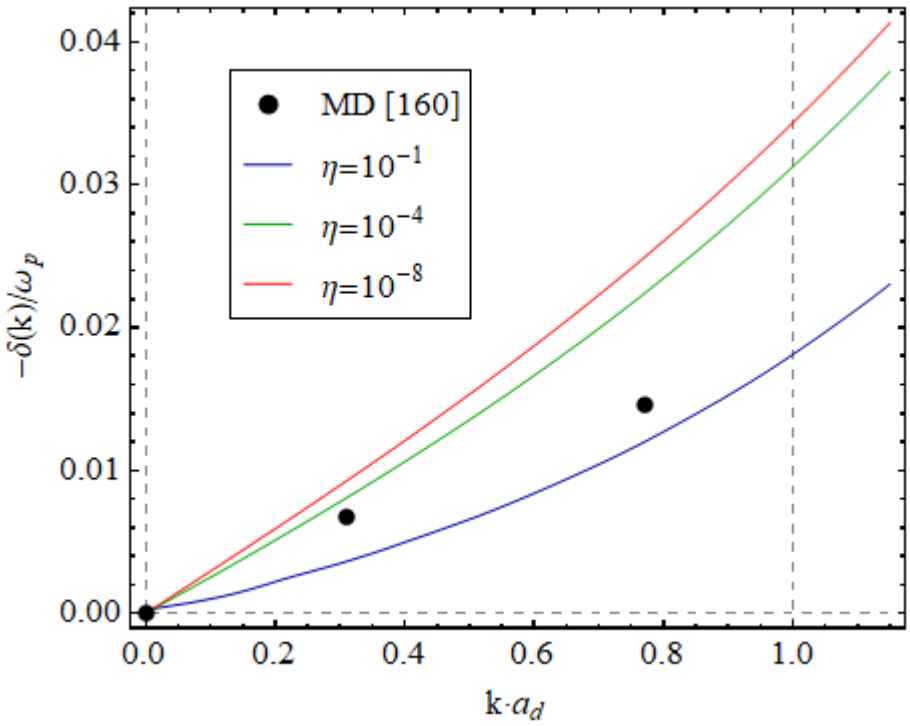
структурой при малых волновых числах практически не зависят от размера пылевых частиц. Этот факт не может быть случайным и, вероятно, является классическим аналогом гипотезы Фейнмана и Коэна [165,166] о взаимно обратном соотношении между статическим структурным фактором и спектром коллективных колебаний. Последнее заключение надежно подтверждается настоящим рассмотрением, в котором ключевую роль играет статический структурный фактор, определяющий все динамические свойства сильно связанных систем.



$\Gamma = 20,\ \kappa = 2.$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$

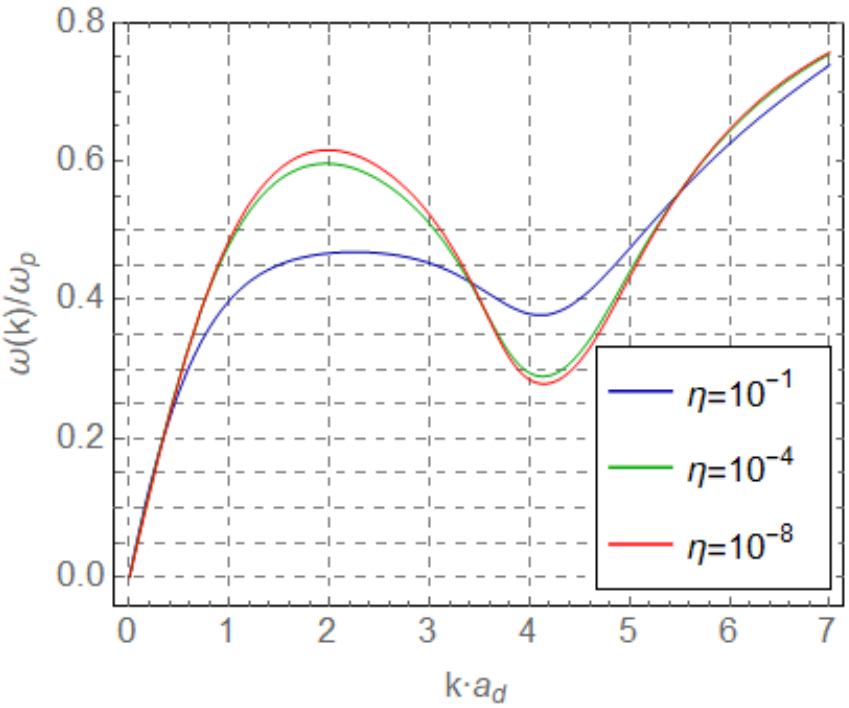
Рисунок 4.7 – Спектр пыле-акустических волн, рассчитанный по формуле (4.13)



$\Gamma = 20,\ \kappa = 2.$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$; черные кружки: метод МД [160]

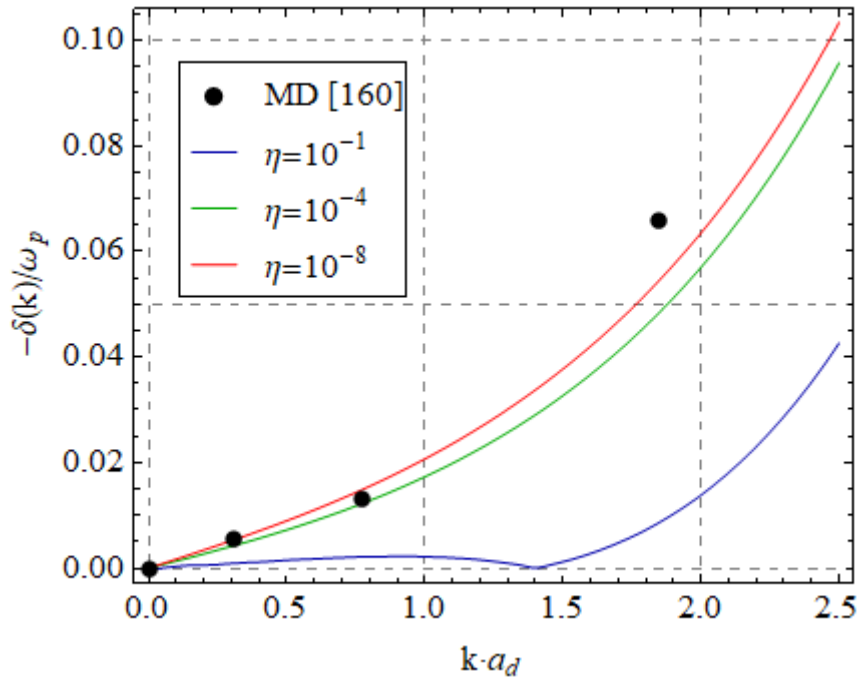
Рисунок 4.8 – Декремент затухания пыле-акустических волн, рассчитанный по формуле (4.13)



$\Gamma = 50,\ \kappa = 1.5.$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$

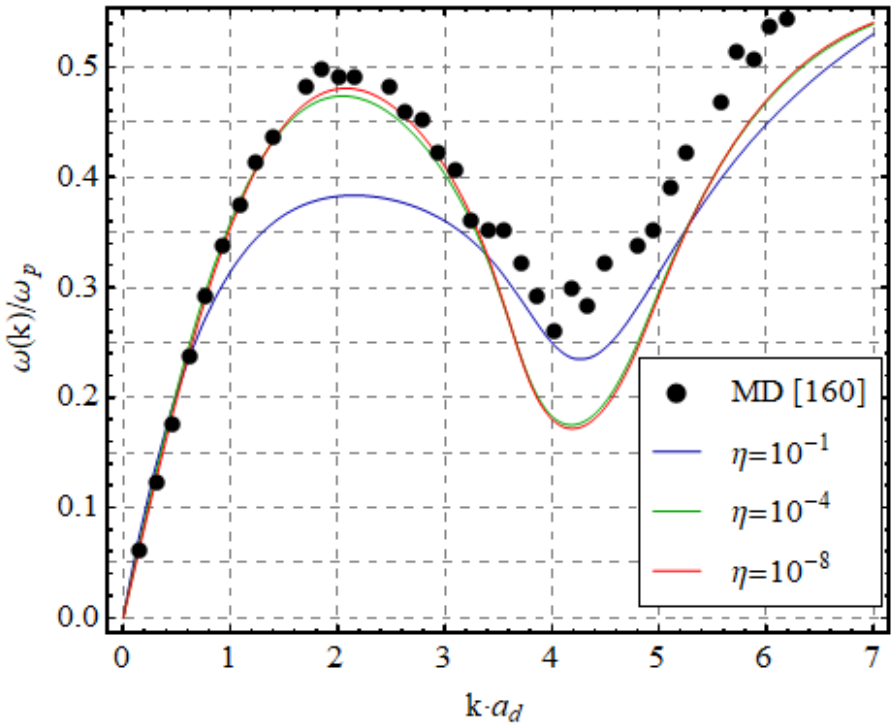
Рисунок 4.9 – Спектр пыле-акустических волн, рассчитанный по формуле (4.13)



$\Gamma = 50,\ \kappa = 1.5.$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$; черные кружки: метод МД [160]

Рисунок 4.10 – Декремент затухания пыле-акустических волн, рассчитанный по формуле (4.13)

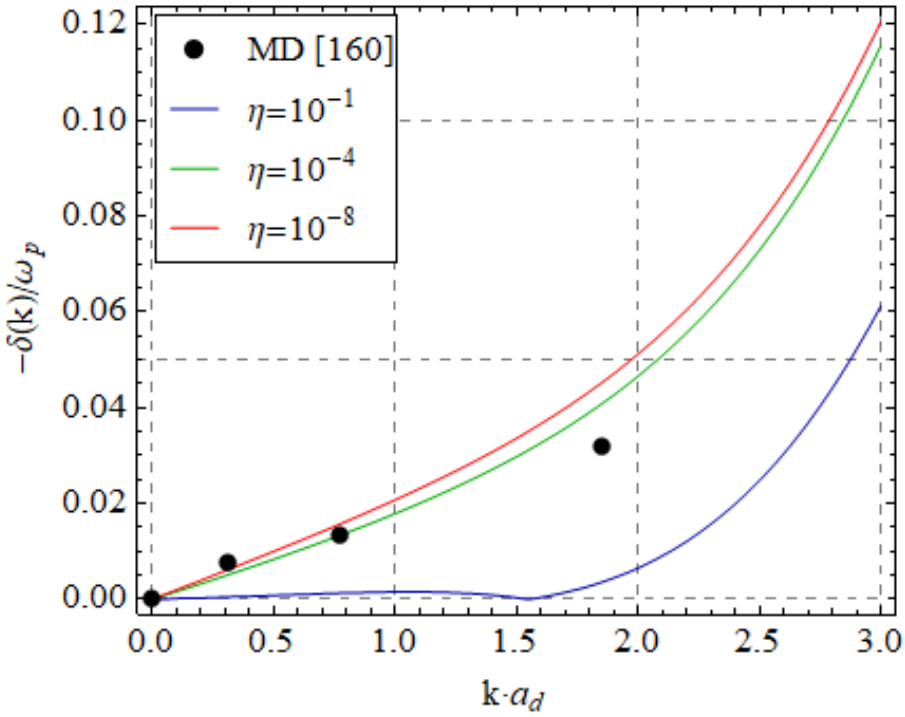


$\Gamma = 100,\ \kappa = 2.$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$; черные кружки: метод МД [160]

Рисунок 4.11 – Спектр пыле-акустических волн, рассчитанный по формуле

(4.13)



$\Gamma = 100,\ \kappa = 2.$

Красная линия: $\eta = 10^{-8}$; зеленая линия: $\eta = 10^{-4}$; синяя линия: $\eta = 10^{-1}$; черные кружки: метод МД [160]

Рисунок 4.12 – Декремент затухания пыле-акустических волн, рассчитанный по формуле (4.13)

4.4 Дисперсия пыле-акустических мод для частиц с переменным зарядом

В большинстве моделей пылевой плазмы, в которых рассматривается сильно связанный режим, заряд пылевых частиц считается неизменным, что разумно, только если время зарядки намного больше характерного времени исследуемых процессов. В противном случае заряд пылинок больше нельзя считать постоянным, что справедливо, например, для распространения пыле-акустических волн, когда локальные вариации плотности числа пылинок в волне могут серьезно повлиять на локальное условие квазинейтральности в среде.

Влияние изменения заряда пылевых частиц на волновые явления в холодной и идеальной пылевой плазме изучалось во многих работах, например, [167-168] путем учета динамики перезарядки частиц. Подчеркнем, что такое подробное рассмотрение не имеет значения для пыле-акустических волн, потому что время перезарядки в обычной пылевой плазме значительно меньше по величине, чем обратная частота DAW, что означает, что в процессе распространения DAW пылевые зерна почти мгновенно перезаряжаются. В дальнейшем интерес представляет сильно связанный режим, в котором изменение заряда пыли для DAW должно играть гораздо более важную роль, поскольку тепловое давление преобладает во взаимодействии вероятных заряженных частиц пыли. В литературе [169-174] интенсивно изучались DAW в

сильно связанной пылевой плазме с переменным зарядом зерна, но, к сожалению, изотермическая сжимаемость пылевой составляющей была рассчитана в предположении постоянного заряда зерна. Настоящее рассмотрение призвано исправить эту ситуацию.

Для изучения спектра пыле-акустических волн воспользуемся простейшей формулой, которая получается из гидродинамической модели движения пылевых частиц на нейтрализующем фоне электронов и ионов [175,176]

$$\frac{\omega^2}{\omega_p^2} = \frac{q^2}{q^2 + k^2} + \frac{q^2}{3\Gamma_d}\gamma\mu_p, \tag{4.17}$$

где $\omega_p^2 = 4\pi Z_d^2 e^2 / m_d$ – ленгмюровская частота пылинок, имеющих массу m_d, $\mu_p = (1/k_B T)\left(\frac{\partial P}{\partial n_d}\right)_T$ – изотермическая сжимаемость, $q = ka_d$ – безразмерное волновое число, $\gamma = C_P / C_V$ – показатель адиабаты.

Изотермическая сжимаемость определяется через избыточное давление с вычетом вклада нейтрализующего фона

$$p_{ex}^0 = \frac{2\pi n_d}{3k_B T}\int_0^\infty r^3 \Phi'_{dd}(r)\big(g(r) - 1\big)dr, \tag{4.18}$$

в следующем виде

$$\mu_p = 1 + p_{ex}^0 + \beta\frac{\partial p_{ex}^0}{\partial \beta} + \eta\frac{\partial p_{ex}^0}{\partial \eta}, \tag{4.19}$$

в котором использованы соотношения

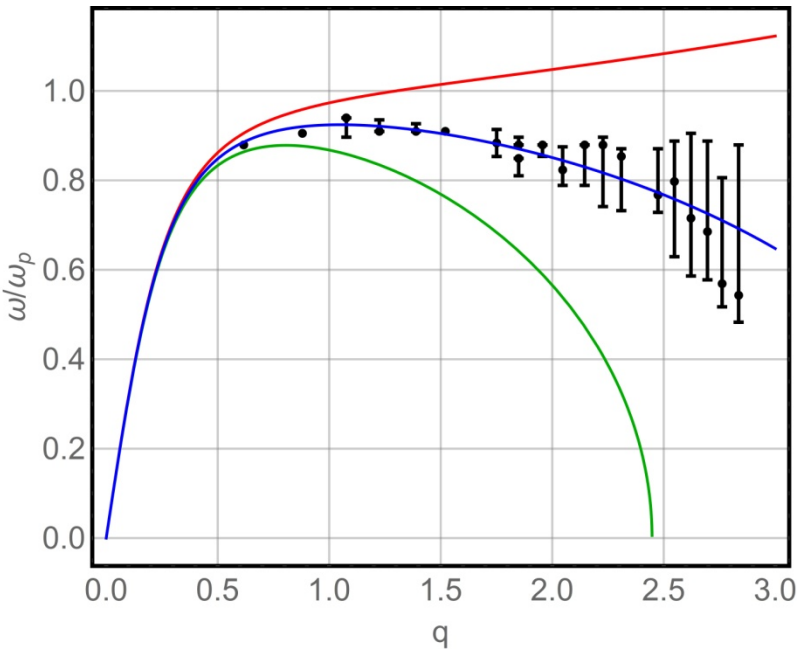
$$\frac{\partial \beta}{\partial n_d} = \frac{\beta}{n_d}, \ \frac{\partial \eta}{\partial n_d} = \frac{\eta}{n_d}. \tag{4.20}$$

Выражения (4.19) и (4.20) аналогичны полученным в работе [22], но имеют отличный смысл. В нашем случае подразумевается, что изменение концентрации пылевых частиц в процессе распространения пыле-акустических волн приводит к изменению их заряда, которым уже не постоянен. Такая трактовка возможна при выполнении двух условий. Во-первых, время перезарядки пылевых частиц должно быть много меньше частоты распространяющейся волны. Во-вторых, сами пылевые частицы должны оказывать существенное влияние на квазинейтральность системы.

На рисунке 4.13 показана зависимость спектра пыле-акустических волн от волнового числа при различных значениях безразмерных параметров. На том

же рисунке проведено сравнение с результатами моделирования методом молекулярной динамики. Видно, что при $\eta = 1.00 * 10^{-7}$ наблюдается хорошее согласие предложенной модели с результатами моделирования, в то время как при других параметрах имеется существенное качественное различие в поведении спектра. Это свидетельствует о необходимости учета конечного размера частиц и изменения их заряда в процессе распространения пыле-акустических волн.

Чтобы продемонстрировать влияние эффектов конечных размеров, на рисунке 4.13 показана дисперсия пыли и акустических волн (4.17) при трех различных наборах значений безразмерных параметров (2.1)-(2.4), которые соответствуют одинаковым значениям $\kappa = 0.3$ и $\Gamma_d = 144$. На этом же рисунке результаты численных экспериментов [177,178] изображены в виде кружков с соответствующими столбцами ошибок. На рисунке 4.13 хорошо видно, что при правильном рассмотрении изменения заряда в изотермической сжимаемости пыли даже качественное поведение дисперсии DAW начинает сильно зависеть от фракции насадки, которая все еще остается очень маленькой. Случайное совпадение с данными MD найдено для $\eta = 1.00 * 10^{-7}$, тогда как для $\eta = 1.00 * 10^{-5}$ дисперсия DAW остается положительной, а для $\eta = 1.00 * 10^{-9}$ обнаружен серьезный обрыв волнового числа, поскольку частота DAW не может стать отрицательной. Такая картина предписана для точной оценки изотермической сжимаемости пыли, которая учитывает изменение заряда зерна пыли в ходе распространения DAW. В этом отношении было бы интересно разработать молекулярную динамику, в которой заряд зерна зависит от его локальной числовой плотности, так что полная энергия зерновой подсистемы больше не будет сохраняться. По нашему мнению, такой метод компьютерного моделирования, безусловно, значительно приблизил бы модель однокомпонентной плазмы Юкавы к реальным экспериментам с пылевой плазмой.



$\Gamma_d = 144$, $\kappa = 0.3$

Красная линия: $\tau = 1$; $\beta = 1.37 \cdot 10^{-4}$; $\Gamma = 7.00 \cdot 10^{-5}$; $\eta = 10^{-5}$

синяя линия: $\tau = 1$; $\beta = 3.07 \cdot 10^{-5}$; $\Gamma = 1.95 \cdot 10^{-5}$; $\eta = 10^{-7}$

зеленая линия: $\tau = 1$; $\beta = 2.30 \cdot 10^{-6}$; $\Gamma = 3.00 \cdot 10^{-6}$; $\eta = 10^{-9}$

черные кружки: данные молекулярной динамики с соответствующими погрешностями

Рисунок 4.13 – Спектр пыле-акустических волн

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведено систематическое исследований статических и динамических характеристик пылевой плазмы с частицами конечных размеров. Было рассмотрено два подхода для определения потенциала взаимодействия пылевых частиц, основанных на теории перенормировки взаимодействия и линейном диэлектрическом отклике. На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. На основе теории перенормировки взаимодействия частиц в плазме получен потенциал взаимодействия пылинок, учитывающий конечность их размеров и поляризацию. Эффекты поляризации учитывались с помощью метода изображений в предположении, что пылевые частицы являются твердыми проводящими шарами, что приводило к необходимости учета явления электростатической индукции.

2. Решение уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении показало, что при определенных значениях параметров плазмы наблюдается формирование ближнего или даже дальнего порядка, что выражается в появлении максимумов и минимумов на кривых радиальных функций распределения. Чем меньше величина параметра D, тем более ярко выраженными становятся локальные максимумы и минимумы на кривых радиальной функции распределения, так как значительно сказывается конечность размеров пылевых частиц. Положение же локальных максимумов и минимумов практически не зависит от параметров плазмы. При увеличении параметра экранирования величина экстремумов на радиальных функциях распределения уменьшается, так как при этом ослабевает взаимодействие между пылевыми частицами. Поляризационные эффекты также ведут к усилению формирования упорядоченных структур в пылевой плазме, так как они приводят к появлению дополнительного механизма притяжения между пылевыми частицами, а положение экстремумов смещается в сторону больших расстояний. При малых значениях параметра экранирования поляризационные эффекты практически не вносят никакого различия в радиальные функции распределения.

3. Предложено аналитическое выражение для статических структурных факторов, полученное путем решения обобщенного уравнения Больцмана-Пуассона в приближении парных корреляций и соответствующее режиму слабой связи. При этом увеличение параметра связи приводит к усилению корреляций в системе, так как соответствующие значения структурного фактора больше отклоняются от единицы, соответствующей системе невзаимодействующих частиц. Аналогичное поведение наблюдается с увеличением параметра D, отвечающего за учет конечности размеров пылевых частиц. Изменение параметра экранирования κ слабо сказывается на величине статического структурного фактора.

4. При фиксированной энергии налетающего протона на кривой эффективной потенциальной энергии его взаимодействия с пылевой частицей

появляется максимум, величина которого растет с увеличением прицельного параметра, а значит при достижении им некоторого предельного значения произойдет отражении электрона от этого максимума.

5. Численно рассчитана зависимость сечения поглощения протона пылевой частицей от его энергии при различных значениях заряда пылевых частиц и параметра связи плазмы. Обнаружено, что сечение поглощения уменьшается с ростом энергии налетающего протона и возрастает с увеличением заряда пылинки и параметра связи буферной плазмы. Это объясняется чистым притяжением протона и пылевой частицы.

6. Получена приближенная аналитическая формула для сечения поглощения протонов пылевой частицей и показано, что с ростом заряда пылевых частиц сечение растет, а аналитическая формула точнее описывает поведение сечения поглощения, нежели классическая формула для чисто кулоновского взаимодействия.

7. Ввиду взаимного отталкивания пылевой частицы и электрона, его поглощение возможно только при достижении некоторой критической энергии, которая увеличивается с ростом параметра связи и заряда пылевой частицы практически линейно. Получено приближенное аналитическое выражение для критической энергии, которое лучше описывает поведение в зависимости от параметров плазмы, нежели классическое выражение для потенциала Кулона. При этом поляризация пылевой частицы приводит к дополнительному притяжению электрона, а значит величина критической энергии уменьшается по сравнению с чисто кулоновским взаимодействием.

8. Численно рассчитана зависимость сечения поглощения электрона пылевой частицей от его энергии при различных значениях заряда пылевых частиц и параметра связи плазмы. Обнаружено, что сечение поглощения увеличивается с ростом энергии налетающего электрона и уменьшается с увеличением заряда пылинки и параметра связи буферной плазмы. Это объясняется отталкиванием электрона пылевой частицей.

9. Получена приближенная аналитическая формула для сечения поглощения электронов пылевой частицей и показано, что с ростом заряда пылевых частиц сечение уменьшается, а аналитические формула точнее описывает поведение сечения поглощения, нежели классическая формула для чисто кулоновского взаимодействия.

10. Рассчитана зависимость протонного потока на поверхность пылевой частицы в зависимости от ее заряда и параметра связи и показано, что он растет практически линейно с увеличением заряда пылинок и параметра связи плазмы, так как при этом усиливается их притяжение пылевой частицей. Так как поляризационные эффекты приводят к дополнительному притяжению протона пылевой частицей, то это ведет к увеличению соответствующего потока. Получено приближенное аналитическое выражение для потока протонов на пылинку и показано, что оно точнее описывает его поведение в зависимости от параметров плазмы, нежели классическая формула для чисто кулоновского взаимодействия.

11. Рассчитана зависимость электронного потока на поверхность пылевой частицы в зависимости от ее заряда и параметра связи и показано, что он падает нелинейно с увеличением заряда пылинок и параметра связи плазмы, так как при этом усиливается их притяжение пылевой частицей. Так как поляризационные эффекты приводят к дополнительному притяжению электрона пылевой частицей, то это ведет к увеличению соответствующего потока. Получено приближенное аналитическое выражение для потока электронов на пылинку и показано, что оно точнее описывает его поведение в зависимости от параметров плазмы, нежели классическая формула для чисто кулоновского взаимодействия.

12. Вычислен заряд пылевой частицы в зависимости от параметра связи буферной плазмы. Так как поляризационные эффекты приводят к более сильному возрастанию потока электронов, нежели протонов, на поверхность пылевой частицы, то это приводит к увеличению заряда пылинок. Получено приближенное аналитическое уравнение для определения заряда пылинки в плазме и показано, что оно точнее описывает поведение заряда пылинок, нежели классическое уравнение, которое справедливо для чисто кулоновского взаимодействия между электронами и протонами с одной стороны и пылевой частицей с другой.

13. В рамках классической электродинамики и теории линейного диэлектрического отклика построен потенциал взаимодействия структурных элементов пылевой плазмы, учитывающий конечность размера пылевых частиц. Предложенный экранированный потенциал и исходный микропотенциал, в котором расстояние отсчитывается от поверхности пылинок, лежат выше, чем широко используемый потенциал Юкавы. Возникшая разница при малых расстояниях между предложенным потенциалом и потенциалом Юкавы связана с использованием электродинамики плазмы, корректно учитывающей граничные условия. При этом увеличение параметра экранирования приводит не только к сильному экранированию во взаимодействии пылевых частиц, но, в тоже время, к уменьшению значения потенциала на малых расстояниях.

14. Получено общее уравнения для определения заряда пылевой частицы в рамках метода ограниченного орбитального движения, справедливое при любом распределении потенциала вокруг пылинки.

15. Заряд пылинок растет с увеличением параметра неизотермичности, так как существенно нарастает подвижность электронов плазмы. Использование потенциала Кулона сильно недооценивает заряд пылевых частиц, так как в действительности экранировка поля существенно ослабляет отталкивание электронов, что неизбежно должно вести к увеличению их потока, а значит и к росту заряды пылинок. С другой стороны, использование точного граничного условия из электродинамики плазмы приводит к снижению заряда по сравнению со случаем прямого использования потенциала Юкавы (Дебая-Хюккеля). Заряд пылинок растет с увеличением размера пылинок, так как плавающий потенциал плазмы остается практически неизменным.

Результаты численного анализа показали, что разница в использовании различных потенциалов проявляется при значениях размера порядка $D \sim 10$. Это в большей степени обусловлено тем, что разность между полученным экранированным потенциалом и микропотенциалом проявляется и на малых расстояниях, а усиление экранировки приводит к снижению значения потенциала на малых расстояниях, а значит к росту сечения поглощения.

16. При не слишком больших плотностях упаковки оба использованных метода, то есть уравнение Орнштейна-Цернике в гиперцепном и базовом гиперцепном приближениях, дают практически совпадающие результаты по радиальной функции распределения. При этом величина первого пика на радиальной функции распределения в базовом гиперцепном приближении резко возрастает с увеличением плотности упаковки, а сам он располагается значительно правее такого же пика в гиперцепном приближении.

17. Величина первого пика на статическом структурном факторе в базовом гиперцепном приближении резко возрастает с увеличением плотности упаковки, а сам он, в отличие от радиальной функции распределения, располагается значительно левее такого же пика в гиперцепном приближении. При этом видно, что вблизи малых волновых чисел структурный фактор для базового гиперцепного приближения поднимается вверх, что, по всей видимости, обусловлено учетом конечности размеров пылевых частиц в самом методе интегральных уравнений, а именно в использовании мостиковых поправок для твердых сфер.

18. При малых плотностях упаковки избыточное давление и корреляционная энергия возрастают при увеличении концентрации пылевых частиц, а при больших плотностях наблюдается противоположная картина, что объясняется изменением заряда пылевых частиц. При увеличении плотности упаковки в избыточном давление начинает доминировать отталкивание, обусловленное конечным объемом пылевых частиц, как это происходит в уравнении ван-дер-Ваальса.

19. В процессе распространения пыле-акустических волн необходимо учитывать перезарядку пылевых частиц, для этого необходимо построение самосогласованной теории статических свойств пылевой компоненты, выполненное в данной диссертации. При этом необходимо корректное вычисление изотермической сжимаемости пылевой компоненты плазмы, которая не только количественно, но и качественно сказывается на спектре пыле-акустических волн.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Langmuir I., Found C. G., and Dittmer A. F. A new type of electric discharge. The streamer discharge // Science. – 1924. – Vol. 60. – P. 392 – 394.

2 Whipple E. Potentials of surfaces in space // Rep. Prog. Phys. – 1981. – Vol. 44. – P. 1197 – 1250.

3 Verheest F. Waves in Dusty Space Plasmas – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000. – 280 p.

4 Draine B. Interstellar Dust Grains // Annu. Rev. Astron. Astrophys. – 2003. – Vol. 41. – P. 241 – 289.

5 Mendis D.A., Rosenberg M. Cosmic Dusty Plasma // Annu. Rev. Astron. Astrophys. – 1994. – Vol. 32. – P. 419 – 463.

6 Verheest F. Dusty plasma in application to astrophysics // Plasma Phys. Controlled Fusion. – 1999. – Vol. 41. – P. A445 – A451.

7 Bouchoule A. Dusty Plasmas: Physics, Chemistry and Technological Impacts in Plasma Processing – Chichester: Wiley, 1999. – 418 p.

8 Bacharis M., Coppins M., Allen J.E. Critical issues for modeling dust transport in tokamaks // Phys. Rev. E. – 2010. – Vol. 82. – P. 026403-1 – P. 026403-5.

9 Krasheninnikov S.I., Smirnov R.D., Rudakov D.L. Dust in magnetic fusion devices // Plasma Phys. Controlled Fusion. – 2011. – Vol. 53. – P. 083001-1 – P. 083001-54.

10 R.J. Gould and E.E. Salpeter, The interstellar abundance of the hydrogen molecule. // I. Basic properties, Astrophysical Journal. – 1963. – Vol. 138 – P. 393.

11 T.G. Northrop, Dusty plasmas // Physica Scripta. – 1992. – Vol. 45. – P. 475.

12 J. Winter, Dust: A new challenge in nuclear research // Physics of Plasmas. – 2000. – Vol. 7. – P. 3862.

13 C. Castaldo, S. Ratynskaia, V. Pericolli, U. de Angelis, K. Rypdal, L. Pieroni, E. Giovannozzi, G. Maddaluno, C. Marmolino, A. Rufoloni, A. Tuccillo, M. Kretschmer and G.E. Morfill, Diagnostics of fast dust particles in tokamak edge plasmas // Nuclear Fusion – 2007. – Vol. 47 – P. L5.

14 H. Kokura, S. Yoneda, K. Nakamura, N. Mitsuhira, M. Nakamura and H. Sugai, Diagnostic of surface wave plasma for oxide etching in comparison with inductive RF plasma // Japanese Journal of Applied Physics – 1999. – Vol. 38. – P. 5256.

15 H. Kersten, H. Deutsch, E. Stoffels, W.W. Stoffels, G.M.W. Kroesen and R. Hippler, Micro-disperse particles in plasmas: From disturbing side effects to new applications // Contributions to Plasma Physics. – 2001. – Vol. 41. – P. 598.

16 Fortov V., Petrov O., Vaulina O. Dusty plasma liquid in the statistical theory of the liquid state // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 101. – P. 195003-1 – P. 195003-4.

17 Erimbetova L.T., Davletov A.E., Kudyshev Zh.A., Mukhametkarimov Ye.S. Influence of polarization phenomena on radial distribution function of dust particles // Contrib. Plasma Phys. – 2013. – Vol. 53. – P. 414-418.

18 Stanton L.G., Murillo M.S. Unified description of linear screening in dense plasmas// Phys. Rev. E. – 2015. – Vol. 91. – P. 033104-1 – P. 033104-7.

19 Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Mukhametkarimov Ye.S., Ospanova A.K. Finite size effects in the static structure factor of dusty plasmas // Phys. Plasmas. – 2014. – Vol. 21. – P. 073704-1 – P. 073704-5.

20 Meichsner J., Bonitz M., Piel A., Feshke H. Recent progress in complex plasmas // Contrib. Plasma Phys. – 2012. – Vol. 52. – P. 789-794.

21 Tsytovich V.N., Morfill G.E., Ivlev A.V. Van der Waal's approach in the theory of phase transitions in complex plasmas // Contrib. Plasma Phys. – 2003. – Vol. 43. – P. 439-446.

22 Khrapak S.A., Khrapak A.G., Ivlev A.V., Morfill G.E. Simple estimation of thermodynamic properties of Yukawa systems // Phys. Rev. E. – 2014. – Vol. 89. – P. 023102 (8).

23 J.H. Chu and Lin I. Direct observation of Coulomb crystals and liquids in strongly coupled rf dusty plasmas // Physical Review Letters. –1994. – Vol. 72 – P. 4009.

24 V.E. Fortov, V.I. Molotkov, A.P. Nefedov and O.F. Petrov, Liquid and crystal-like structures in strongly coupled dusty plasmas // Physics of Plasmas. – 1999. – Vol. 6. – P. 1759.

25 V. Nosenko, A.V. Ivlev and G.E. Morfill, Microstructure of liquid two-dimensional dusty plasmas under shear // Physical Review Letters – 2012. – Vol. 108 – Art. No. 135005.

26 T.W. Hyde, J. Kong and L.S. Mathews, Helical structures in vertically aligned dust particle chains in a complex plasma // Physical Review E – 2013. – Vol. 87. – Art. No. 053106.

27 Allen J.E. Probe Theory – The orbital Motion Approach // Physica Scripta. – 1992. – Vol. 45. – P. 497-503.

28 Tang X.-Z., Delzanno G.L. Orbital-motion limited theory of dust charging and plasma response // Phys. Plasmas. – 2014. – Vol. 21. – P. 123708-1 – P. 123708-6.

29 Delzanno G.L., Tang X.-Z. Charging and Heat Collection by a Positively Charged Dust Grain in a Plasma // Phys. Rev. Lett. – 2014. – Vol. 113. – P. 035002-1 – P. 035002-5.

30 Benkadda S., Tsytovich V.N., Vladimirov S.V. Shielding and charging of dust particles in the plasma sheath // Phys. Rev. E. – 1999. – Vol. 60. – P. 4708-4714.

31 Mishra S.K., Misra S. Statistical charge distribution over dust particles in a non-Maxwellian Lorentzian plasma // Phys. Plasmas. – 2014. – Vol. 21. – P. 073706-1 – P. 073706-7.

32 Tribeche M., Shukla P.K. Charging of a dust particle in a plasma with a nonextensive ion distribution function // Phys. Lett. A. – 2012. – Vol. 376. – P. 1207-1210.

33 Gong J., Du J. Dust charging processes in the nonequilibrium dusty plasma with nonextensive power law distribution // Phys. Plasmas. – 2012. – Vol. 19. – P. 023704-1 – P. 023704-6.

34 Gong J., Du J. Secondary electron emissions and dust charging currents in the nonequilibrium dusty plasma with power law distributions // Phys. Plasmas. – 2012. – Vol. 19. – P. 063703-1 – P. 063703-6.

35 Piel A., Schmidt C. Dust charging and charge fluctuations in a weakly collisional radio-frequency sheath at low pressure// Phys. Plasmas – 2015. – Vol. 22. – P. 053701-1 – P. 053701-7.

36 Al'pert Ya.L., Gurevich A.V., Pitaevskii L.P. Space Physics with Artificial Satellites. – New York: Consultants Bureau, 1965. – 240 p.

37 Allen J., Annaratone B., de Angelis U. On the orbital motion limited theory for a small body at floating potential in a Maxwellian plasma // J. Plasma Phys. – 2000. – Vol. 63. – P. 299-309.

38 Willis C.T.N., Coppins M., Bacharis M., Allen J.E. Floating potentials of large dust grains in a collisionless flowing plasma // Phys. Rev. E. – 2012. – Vol. 85. – P. 036403-1 – P. 036403-7.

39 Rizopoulou N., Robinson A.P.J., Coppins M., Bacharis M. Charging of large dust grains in flowing plasmas // Phys. Rev. E. – 2015. – Vol. 91. – P. 063103-1 – P. 063103-4.

40 Zagorodny A.G., Schram P.P. J.M., Trigger S.A. Stationary Velocity and Charge Distributions of Grains in Dusty Plasmas // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 84. – P. 3594-3597.

41 Vishnyakov V.I. Charging of dust in thermal collisional plasmas // Phys. Rev. E. – 2012. – Vol. 85. – P. 026402-1 – P. 026402-6.

42 Taccogna F. Dust in Plasma I. Particle Size and Ion-Neutral Collision Effects // Contrib. Plasma Phys. – 2012. – Vol. 52. – P. 744-755.

43 Kersten H., Deutsch H., Kroesen G.M.W. Charging of micro-particles in plasma-dust interaction // Int. J. Mass Spectrometry. – 2004. – Vol. 233. – P. 51-60.

44 Bronold F.X., Fehske H., Heinisch R.L., Marbach J. Wall Charge and Potential from a Microscopic Point of View // Contrib. Plasma Phys. – 2012. – Vol. 52. – P. 856-863.

45 Bronold F.X., Fehske H., Kersten H., Deutsch H. Surface States and the Charge of a Dust Particle in a Plasma // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 101. – P. 175002-1 – P. 175002-4.

46 Bronold F.X., Fehske H., Kersten H., Deutsch H. Towards a Microscopic Theory of Particle Charging // Contrib. Plasma Phys. – 2009. – Vol. 49. – P. 303-315.

47 Bacharis M. Floating potential of large dust grains with electron emission // Phys. Plasmas. – 2014. – Vol. 21. – P. 074501-1 – P. 074501-4.

48 Taccogna F., Mizzi G. Dust in Plasma II. Effects of Secondary Electron Emissions: Ionization and Surface Emission // Contrib. Plasma Phys. – 2014. – Vol. 54. – P. 877-888.

49 Yu. V. Arkhipov, A. Askaruly, D. Ballester, A.E. Davletov, G. Meirkanova and I.M. Tkachenko, Collective and static properties of model two-component plasmas // Physical Review E – 2007. – Vol. 76. – Art. No. 026403.

50 Yu. V. Arkhipov, A. Askaruly, D. Ballester, A.E. Davletov, I.M. Tkachenko and G. Zwicknagel Dynamic properties of one-component strongly coupled plasmas: The sum-rule approach // Physical Review E. – 2010. – Vol. 81. – Art. No. 026402.

51 O. Havnes, C. Goertz, G. Morfill, E. Grun and W. Ip, Dust charges, cloud potential, and instabilities in a dust cloud embedded in a plasma // Journal of Geophysical Research. – 1987. – Vol. 92 – P. 2281.

52 A. V. Zobnin, A. P. Nefedov, V. A. Sinel'shchikov, V. E. Fortov. On the charge of dust particles in a low-pressure gas discharge plasma // Journal of Experimental and Theoretical Physics – 2000. – Vol. 91 – P. 483.

53 E. A. Lisin, O. S. Vaulina, O. F. Petrov, V. E. Fortov. Dust-particle charge in weakly ionized gas-discharge plasma // Europhysics Letters. – 2012. – Vol. 97 – Art. No. 55003.

54 C. Marmolino, U. de Angelis, A. V. Ivlev, G. E. Morfill. On the role of stochastic heating in experiments with complex plasmas // Physics of Plasmas. – 2009. – Vol. 16. – Art. No. 033701.

55 A. V. Ivlev, U. Konopka, G. Morfill. Influence of charge variation on particle oscillations in the plasma sheath // Physical Review E. – 2000. – Vol. 62 – P.2739.

56 O. S. Vaulina, A.P. Nefedov, O. F. Petrov, V. E. Fortov. Instability of plasma-dust systems with a microparticle gradient // Journal of Experimental and Theoretical Physics – 2000 – Vol. 91 – P. 1147.

57 Fortov V.E., Nefedov A.P., Molotkov V.I., Poustylnik M.Y., Torchinsky V.M. Dependence of the Dust-Particle Charge on its Size in a Glow-Discharge Plasma // Phys. Rev. Lett. – 2001. – Vol. 87. – P. 205002-1 – P. 205002-4.

58 Kakati B., Kalita D., Kausik S.S., Bandyopadhyay M., Saikia B.K. Studies on hydrogen plasma and dust charging in low-pressure filament discharge // Phys. Plasmas. – 2014. – Vol. 21. – P. 083704-1 – P. 083704-8.

59 Yousefi R., Davis A.B., Carmona-Reyes J., Matthews L.S., Hyde T.W. Measurement of net electric charge and dipole moment of dust aggregates in a complex plasma // Phys. Rev. E. – 2014. – Vol. 90. – P. 033101-1 – P. 033101-6.

60 Ramazanov T.S., Bastykova N.Kh., Ussenov Y.A., Kodanova S.K., Dzhumagulova K.N., Dosbolayev M.K. The Behavior of Dust particles Near Langmuir Probe // Contrib. Plasma Phys. – 2012. – Vol. 52. – P. 110-113.

61 E.A. Lisin, O.S. Vaulina, O.F. Petrov and V.E. Fortov, Contactless methods for studying interaction between dust particles in a gas-discharge plasma // Plasma Physics and Controlled Fusion. – 2013. – Vol. 55. – Art. No. 124022.

62 P.K. Shukla and B. Eliasson, Novel attractive force between ions in quantum plasmas // Physical Review Letters – 2012 – Vol. 108. – Art. No. 165007.

63 A.V. Filippov, Electrostatic interaction of spherical microparticles in dusty plasmas // Contributions to Plasma Physics – 2009. – Vol. 49. – P. 431.

64 Kalman G., Hartmann P., Donkor Z., Golden K. J. and Kyrkos S. Collective modes in two-dimensional binary Yukawa systems // Phys. Rev. E – 2013. – Vol. 87. – P. 043103-1 – P. 043103-15.

65 Khrapak S. A. and Thomas H. M. Fluid approach to evaluate sound velocity in Yukawa systems and complex plasmas //Phys. Rev. E – 2015. – Vol. 91. – P. 033110-1– P. 033110-8.

66 Khrapak S. A. and Thomas H. M. Practical expressions for the internal energy and pressure of Yukawa fluids // Phys. Rev. E – 2015. – Vol. 91. – P. 023108-1– P. 023108-5.

67 Barkan A., Merlino R.L., D'Angelo N. Laboratory observation of the dust-acoustic wave mode // Phys. Plasmas. – 1995. – Vol. 2 (10). – P.3563-3565

68 Thompson C., Barkan A., Merlino R.L., D'Angelo N. Dust acoustic waves in a direct current glow discharge // Phys. Plasmas. – 1997. – Vol. 4 (7). – P.2331-2335

69 Самарян А.А., Чернышев А.В., Петров О.Ф., Нефедов А.П., Фортов В.Е. Анализ акустических колебаний в плазменно-пылевых структурах // ЖЭТФ – 2001. – Том 119. – Вып. 3. – С. 524-532.

70 Kalman G., Rosenberg M., DeWitt H.E. Collective modes in strongly correlated Yukawa liquids: waves in dusty plasmas // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 84 – No. 26 – P. 6030-3

71 Filippov A. V., Starostin A. N., Tkachenko I. M., Fortov V. E., Ballester D., and Conde L. Dust Acoustic Waves in a Nonequilibrium Dusty Plasma // JETP Letters, 2010, Vol. 91, No. 11, pp. 558–565

72 Filippov A. V., Starostin A. N., Tkachenko I. M., Fortov V. E., Dust acoustic waves in complex plasmas at elevated pressure // Physics Letters A – Vol. 376. – 2011. – P. 31–38

73 Yu. V. Arkhipov, F. B. Baimbetov, A. E. Davletov. Self-consistent chemical model of partially ionized plasmas // Physical Review E. – 2011. – Vol. 83. – Art. No. 016405.

74 V. E. Fortov, O. F. Petrov, O. S. Vaulina. Dusty-plasma liquid in the statistical theory of the liquid state. Physical Review Letters – 2008 – Vol. 101. – Art. No. 195003.

75 Yu.V. Arkhipov and A.E. Davletov Screened pseudopotential and static structure factors of semiclassical, two-component plasmas // Physics Letters A – 1998. – Vol. 247. – P. 339.

76 G. Gregori, S. Glenzer, W. Rozmus, R. Lee and O. Landen, Theoretical model of x-ray scattering as a dense matter probe // Physical Review E – 2003 – Vol. 67. – Art. No. 026412.

77 Filippov A.V., Starostin A.N., Tkachenko I.M. and Fortov V.E., Dust acoustic waves in complex plasmas at elevated pressure // Physics Letters A – 2011 – Vol. 376 – P. 31.

78 R. I. Heinisch, F. X. Bronold, H. Fehske. Optical signatures of the charge of a dielectric particle in a plasma // Physical Review E – 2013 – Vol. 88 – Art. No. 023109.

79 I. B. Denysenko, I. Stefanovic, B. Sikimic, J. Winter, N. A. Azarenkov. Discharging of dust particles in the afterglow of plasma with large dust density. Physical Review E, Vol. 88, Art. No. 023104, (2013).

80 V. N. Tsytovich, U. de Angelis, Kinetic theory of dusty plasmas. Dust-dust collision integrals. Physics of Plasmas, Vol. 8, P. 1141, (2011).

81 S. A. Khrapak, B. A. Klumov, G. E. Morfill. Electric potential around an absorbing body in plasmas: Effect of ion-neutral collisions. Physical Review Letters, Vol. 100, Art. No. 225003, (2008).

82 S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, G. E. Morfill. Interaction potential of microparticles in a plasma: Role of collisions with plasma particles. Physical Review E, Vol. 64, Art. No. 046403, (2001).

83 A. V. Filippov, A. G. Zagorodny, A. F. Pal', A. N. Starostin, A. I. Momot. Kinetic description of the screening of the charge of microparticles in a nonequilibrium plasma. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, Vol. 86, P. 761, (2008).

84 M. Lampe, R. Goswami, Z. Sternovsky, S. Robertson, V. Gavrishchaka, G. Ganguli, G. Joyce. Trapped ion effect on shielding, current flow, and charging of a small object in a plasma. Physics of Plasmas, Vol. 10, P. 1500, (2003).

85 P. Tolias, S. Ratynskaia. Screening in weakly ionized dusty plasmas; effect of dust density perturbations. Physics of Plasmas, Vol. 20, Art. No, 023702, (2013).

86 I. I. Lisina, O. S. Vaulina. Formation of layered structures of particles with anisotropic pair interaction. Euro physics Letters, Vol. 103, Art. No. 55002, (2013).

87 O. S. Vaulina, E. A. Lisin, A. V. Gavrikov, O. F. Petrov, V. E. Fortov. Determination of pair interaction forces between particles in nonideal dissipative systems. Physical Review Letters, Vol. 103, Art. No. 035003, (2009).

88 I. H. Hutchinson. Intergrain forces in low-Mach-number plasma wakes. Physical Review E, Vol. 85, Art. No. 066409, (2012).

89 Yen-Shuo Su, Yu-Hsuan Liu, Lin I. Correlating structural order with structural rearrangement in dusty plasma liquids: Can structural rearrangement be predicted by static structural information? Physical Review Letters, Vol. 109, Art. No. 195002, (2012).

90 V. E. Fortov, O. F. Petrov, O. S. Vaulina, R. A. Timirkhanov. Viscosity of a strongly coupled dust component in a weakly ionized plasma. Physical Review Letters, Vol. 109, Art. No. 055002, (2012).

91 J. Goree, Z. Donko, P. Hartmann. Cutoff wave number for shear waves and Maxwell relaxation time in Yukawa liquids. Physical Review E, Vol. 85, Art. No. 066401, (2012).

92 M. A. Fink, S. K. Zhdanov, M. H. Thoma, H. Hofner, G. E. Morfill. Pearl-necklace-like structures of microparticle strings observed in a dc complex plasma. Physical Review E, Vol. 86, Art. No. 065401(R), (2012).

93 Y. Feng, J. Goree, Bin Liu. Frequence-dependent shear viscosity of a liquid two-dimensional dusty plasma. Physical Review E, Vol. 85, Art. No. 066402, (2012).

94 A. K. Mukhopadhyay, J. Goree. Two-particle distribution and correlation function for a 1D dusty plasma experiment. Physical Review Letters, Vol. 109, Art. No. 165003, (2012).

95 N. P. Oxtoby, E. J. Griffith, C. Durniak, J. F. Ralph, D. Samsonov. Ideal gas behavior of a strongly coupled complex (dusty) plasma. Physical Review Letters, Vol. 111, Art. No. 015002, (2013).

96 D. I. Zhukhovitskii, V. E. Fortov, V. I. Molotkov, A. M. Lipaev, V. N. Naumkin, H. M. Thomas, A. V. Ivlev, M. Schwabe, G. E. Morfill. Nonviscous motion of a slow particle in a dust crystal under microgravity conditions. Physical Review E, Vol. 86, Art. No. 016401, (2012).

97 M. Schwabe, D. B. Graves. Simulating the dynamics of complex plasmas. Physical Review E, Vol. 88, Art. No. 023101, (2013).

98 Yu. V. Khrustalyov, O. S. Vaulina. Numerical simulations of thermal conductivity in dissipative two-dimentional Yukawa systems. Physical Review E, Vol. 85, Art. No. 046405, (2012).

99 K. N. Dzhumagulova, R. U. Masheeva, T. S. Ramazanov, Z. Donko. Effect of magnetic field on the velocity autocorrelation and the caging of particles in two-dimensional Yukawa liquids. Physical Review E, Vol. 89, Art. No. 033104, (2014).

100 O. F. Petrov, M. I. Myasnikov, L. G. D'yachkov, M. M. Vasiliev, V. E. Fortov, S. F. Savin, A. Yu. Kaleri, A. I. Borisenko, G. E. Morfill. Coulomb clusters of dust particles in a cusp magnetic trap under microgravity. Physical Review E, Vol. 86, Art. No. 036404, (2012).

101 Ali S. Dust charging effects on test charge potential in a multi-ion dusty plasma// Phys. Plasmas. –2009. – Vol. 16. – P. 113706

102 Khrapak S., Morfill G. Basic processes in complex (dusty) plasmas: Charging, interaction and ion drag force // Contrib. Plasma Phys. – 2009. – Vol. 49. – P. 148-168.

103 Shukla P. K. and Eliasson B. Colloquium: Fundamentals of dust-plasma interactions // Rev. Mod. Phys. – 2009. – Vol. 81. – P. 25-44.

104 Hutchinson I.H. Intergrain forces in low-Mach-number plasma wakes // Phys. Rev. E –2012. – Vol. 85. – P. 066409.

105 Donko Z., Hartmann P., Shukla P.K. Consequences of an attractive force on collective modes and dust structures in a strongly coupled dusty plasma // Phys. Lett. A – 2012. – Vol. 376. – P. 3199-3203.

106 Liu Y., Liu S.Q., Xu K. Debye shielding in a dusty plasma with nonextensively distributed electrons and ions // Phys. Plasmas. – 2012. – Vol. 19. – P. 073702.

107 Shahzad A., He M.-G. Thermal conductivity of three dimensional Yukawa liquids// Contrib. Plasma Phys. – 2012. – Vol. 52. – P. 667-675.

108 Khrustalyov Yu.V., Vaulina O.S. Numerical simulations of thermal conductivity in dissipative two-dimensional Yukawa systems // Phys. Rev. E – 2012. – Vol. 85. – P. 046405.

109 Goree J., Donko Z., Hartmann P. Cutoff wavenumber for shear waves and Maxwell relaxation time in Yukawa liquids // Phys. Rev. E– 2012. – Vol. 85. – Article number 066401.

110 Ghosh S. Shock wave in a two-dimensional dusty plasma crystal // Phys. Plasmas – 2009. – Vol. 16. – P. 103701.

111 Schwabe M., Graves D.B. Simulating the dynamics of complex plasmas // Phys. Rev. E – 2013. – Vol. 88. – P. 023101.

112 Melzer A., Schella A., Miksch T., Schablinski J., Block D., Piel A., Thomsen H., Kahlert H., Bonitz M. Phase transitions of finite dust clusters in dusty plasmas // Contrib. Plasma Phys. – 2012. – Vol. 52. – P. 795-803.

113 Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Askaruly A. Interaction of dust grains in a plasma under quasineutrality conditions // International Journal of Mathematics and Physics. – 2014. – Vol.5, No 2. – P.37.

114 ДавлетовА.Е., Еримбетова Л.Т., Оспанова А. Статический структурный фактор макрочастиц в пылевой плазме // Известия НАН РК. – 2013. – С.51-55.

115 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E., Ramazanov T.S. Equilibrium properties of H-plasma// Contrib. Plasma Phys. –1999. – Vol. 39. – P. 495-499.

116 Саранин В.А. О взаимодействии двух электрически заряженных проводящих шаров // УФН. – 1999. – Т. 169, №4. – С.453-458

117 Daughton W., Murillo M.S., Thode L. Empirical bridge function for strongly coupled Yukawa systems// Phys. Rev. E. – 2000. – Vol. 61. – P. 2129-2132.

118 Wang X., Bhattacharjee A. Pair correlations in strongly coupled dusty plasmas// Phys. Rev. E. –1998. – Vol. 58. – P. 4967-4972.

119 Wunsch K., Hilse P., Schlanges M., Gericke D.O. Structure of strongly coupled multicomponent plasmas// Phys. Rev. E. – 2008. – Vol. 77. – P. 056404 (9 p.).

120 Архипов Ю.В., Баимбетов Ф.Б., Стариков К.В. Псевдопотенциальная теория плотной высокотемпературной плазмы – Алматы: «Қазақ Университеті», 2002. – 113 с.

121 Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Askaruly A., Arkhipov Yu.V. Finite-size effects in the interaction of dust particles in a plasma // International Journal of Mathematics and Physics. – 2016. – Vol.7, No. 1. – P. 83

122 Еримбетова Л.Т., Давлетов А.Е. Псевдопотенциальная модель взаимодействия пылевых частиц конечных размеров в плазме // Международная научная конференция студентов и молодых ученых, «ФАРАБИ ӘЛЕМІ», Алматы, 11-14 апреля, 2016. – С. 291

123 Arkhipov Yu.V., Askaruly A., Davletov A.E., Dubovtsev D., Tkachenko I.M., Yerimbetova L.T. Correlation functions in dusty plasmas with finite-size grains // 15th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas. – Almaty, 2015. – P.102.

124 Фортов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф. Пылевая плазма// УФН – 2004. – Том 174. – С. 495-544.

125 Davletov A. E., Yerimbetova L.T., Mukhametkarimov Ye.S., Ospanova A.K. Polarization and finite size effects of correlation functions of dusty plasmas. // International Conference on Strongly Coupled Coulomb Systems. Santa Fe, USA. – 2014. – P. 124.

126 Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Kissan A. Influence of polarization effects on charging of dust particles in a plasma // 42nd IEEE International Conference on Plasma Science – Belek, Turkey, 2015 – P. 155.

127 Давлетов А.Е., Еримбетова Л.Т., Кисан А., Мухаметкаримов Е.С., Сечения поглощения протонов и электронов поляризуемой пылевой частицей в плазме // Доклады НАН РК. – 2015 – №5 – С. 5.

128 Давлетов А.Е., Еримбетова Л.Т., Кисан А., Мухаметкаримов Е.С., О модификации метода ограниченного орбитального движения для учета поляризационных эффектов в процессе зарядки пылевых частиц в плазме // Вестник КазНУ, серия физико-математическая. – 2015 – №4 – С. 4.

129 Davletov A.E., Kissan A., Mukhametkarimov Ye.S., Yerimbetova L.T. Proton and electron fluxes on the surface of a dust grain in a plasma// International journal of mathematics and physics – 2015 – Vol. 6, No. 2. – P. 68.

130 Davletov A.E., Yerimbetova L.T. Charging of polarizable dust particles in the orbital motion limited approximation // 15th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas – Almaty, 2015. – P.132

131 Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Kissan A., Momynov S.B., Mukhametkarimov Ye.S. Influence of polarization phenomena on the dust grain charge in plasmas // Журнал проблем эволюции открытых систем. – 2016. – Вып.18, Т. 1. – С. 24.

132 Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Mukhametkarimov Ye.S., Ospanova A.K. Polarization and Finite Size Effects in Correlation Functions of Dusty Plasmas // Contrib. Plasma Phys. – 2015. – Vol. 55. – P. 180-185.

133 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. Pseudopotential theory of a partially ionized hydrogen plasma // Contrib. Plasma Phys. – 2003. – Vol. 43. – P. 258-260

134 Tolias P., Ratynskaia S., de Angelis U. Soft mean spherical approximation for dusty plasma liquids: One-component Yukawa systems with plasma shielding // Phys. Rev. E. – 2014. – Vol. 90. – P. 053101 (17).

135 Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Askaruly A., Mukhametkarimov Ye. OML evaluation of the dust grain charge under quasineutrality conditions // International Journal of Mathematics and Physics. – 2016. – Vol.7, No. 2. – P. 95.

136 Еримбетова Л.Т., Давлетов А.Е., Мухаметкаримов Е.С. Самосогласованный расчет заряда пылевых частиц в плазме // Сборник тезиса 9-ой Международной научной конференции «Современные достижения физики и фундаментальное физическое образование», Казахстан, Алматы, 12-14 октября, 2016. – С. 96

137 Давлетов А.Е., Еримбетова Л.Т., Оспанова А., Решение уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении для пылевой плазмы с частицами конечных размеров // Вестник КазНУ, 2013. – №4 – С.3

138 Давлетов А.Е., Еримбетова Л.Т., Кисан А. Сравнение метода интегральных уравнений с результатами Монте-Карло моделирования для радиальных функций распределения частиц в пылевой плазме // Вестник КазНУ. – 2014. – №4 – С. 7

139 Давлетов А.Е., Еримбетова Л.Т. Монте-Карло моделирование пылевой плазмы с частицами конечных размеров. // Международная конференция «Современные проблемы физики т новых технологий», в честь 70-летия академика НАН РК Такибаева Н.Ж. – Алматы, 2014. – С. 167.

140 Lado F. Perturbation Correction for the Free Energy and Structure of Simple Fluids // Phys. Rev. A – 1973. – Vol. 8. – P. 2548-2552.

141 Lado F. Charged hard spheres in a uniform neutralizing background using ' mixed' integral equations // Mol. Phys. – 1976. – Vol. 31. – P. 1117-1127.

142 Lado F. A local thermodynamic criterion for the reference-hypernetted chain equation // Phys. Lett. A – 1982. – Vol. 89A. – P. 196-198.

143 Lado F., Foiles S., Ashcroft N. W. Solutions of the reference-hypernetted-chain equation with minimized free energy // Phys. Rev. A – 1983. – Vol. 28. – P. 2374-2379.

144 Rosenfeld Y., Ashcroft N. Theory of simple classical fluids: Universality in the short-range structure // Phys. Rev. A – 1979. – Vol. 20. – P. 1208-1235.

145 Rosenfeld Y. Comments on the variational modified-hypernetted-chain theory for simple fluids // J. Stat. Phys. – 1986. – Vol. 42. – P. 437-457.

146 Faussurier G. Description of strongly coupled Yukawa fluids using the variational modified hypernetted chain approach // Phys. Rev. E – 2004. – Vol. 69. – P. 066402 (23 p.).

147 Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Ospanova A.K. Radial distribution functions and thermodynamics of macroparticles in dusty plasmas // International Journal of Mathematics and Physics. – 2013. – Vol. 4, No 2. – P.64.

148 Давлетов А.Е., Еримбетова Л.Т., Оспанова А. Статический структурный фактор макрочастиц в пылевой плазме // Известия НАН РК. – 2013. – №2 – С.51.

149 Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Ospanova A.K. Static structure factor of macroparticles in dusty plasmas // International Journal of Mathematics and Physics. – 2013. – Vol. 4, No 1. – P.67.

150 Davletov A.E., Arkhipov Yu.V., Askaruly A., Dubovtsev D., Tkachenko I.M., Fedosimova A.I., Yerimbetova L.T. Static properties of dusty plasmas // 14th International Conference on the Physics of Dusty Plasmas, 26-29 May, Auburn, Alabama, USA. – 2015. – P. 155

151 Arkhipov Y. V., Askaruly A., Davletov A. E., Yerimbetova L. T., Tkachenko I. M. Dynamic properties of dusty plasmas consisting of finite-size particle // 43rd IEEE International Conference on Plasma Science, June 19-23, Banff, Alberta, Canada – 2016

152 Еримбетова Л.Т. Метод интегральных уравнений для пылевых частиц конечных размеров // Вестник КазНУ. серия физическая – 2017. – №3(62) – С. 40

153 Meijer E. J., Frenkel D. Melting line of Yukawa system by computer simulation // J. Chem. Phys. – 1991. – Vol. 94. – P. 2269-2271.

154 Davletov A.E., Arkhipov Yu.V., Mukhametkarimov Ye.S., Kissan A., Tkachenko I.M., Yerimbetova L.T. Dust particles of finite dimensions in complex plasmas: thermodynamics and dust-acoustic wave dispersion // J. Plasma Phys. – 2018. – Vol. 84. – P. 905840410.

155 Tejero C. F., Lutsko J. F., Colot J. L., Baus M. Thermodynamic properties of the fluid, fcc, and bcc phases of monodisperse charge-stabilized colloidal suspensions within the Yukawa model // Phys. Rev. A – 1992. – Vol. 46. – P. 3373-3379.

156 Давлетов А.Е., Еримбетова Л.Т., Ташев Б.А., Мухаметкаримов Е.С., Кисан А. Термодинамические свойства пылевой компоненты плазмы с частицами конечных размеров // Журнал проблем эволюции открытых систем. – 2017. – Вып.19, Т. 2. – С. 63.

157 Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Isothermal compressibility of strongly coupled dust component with varying grain charge // 16th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas – Saint-Malo, France, 2018 – P. 50.

158 Kalman G., Golden K.I. // Phys. Rev. A – 1990. – Vol. 41. – P. 5516.

159 Ott T., Baiko D.A., Kahlert H., Bonitz M. Wave spectra of a strongly coupled magnetized one-component plasma: Quasilocalized charge approximation versus harmonic lattice theory and molecular dynamics // Phys. Rev. E – 2013. – Vol. 87. – Art. No. 043102.

160 Arkhipov Yu.V., Askaruly A., Davletov A.E., Dubovtsev D.Yu., Donkó Z., Hartman P., Korolov I., Conde L., Tkachenko I.M. Direct determination of dynamic properties of Coulomb and Yukawa classical one-component plasmas// Phys. Rev. Lett. – 2017. – Vol. 119. – Art. No. 045001.

161 A. Diaw, M.S. Murillo, Phys. Rev. E 92, 013107 (2015).

162 M.S. Murillo, Phys. Plasmas 7, 33 (2000).

163 D.I. Zhukhovitskii, Phys. Rev. E 92, 023108 (2015).

164 G.J. Kalman, P. Hartmann, K.I. Golden, A. Filinov, Z. Donko, EPL 90, 55002 (2010).

165 R.P. Feynman, M. Cohen, Phys. Rev. 102, 1189 (1956).

166 M. Cohen, R.P. Feynman, Phys. Rev. 107, 13 (1957).

167 IVLEV, A. V., SAMSONOV, D., GOREE, J., MORFILL, G. & FORTOV, V. E. 1999 Acoustic modes in a collisional dusty plasma. Phys. Plasmas 6, 741.

168 IVLEV, A. V. & MORFILL, G. 2000 Acoustic modes in a collisional dusty plasma: effect of the charge variation. Phys. Plasmas 7, 1094.

169 OSTRIKOV, K. N., VLADIMIROV, S. V., YU, M. Y. & MORFILL, G. E. 2000 Dust-acoustic wave instabilities in collisional plasmas. Phys. Rev. E 61, 4315.

170 KHRAPAK, S. A. & MORFILL, G. 2001 Waves in two-component electron-dust plasma. Phys. Plasmas 8, 2629.

171 MAMUN, A. A., SHUKLA, P. K. & FARID, T. 2000 Low-frequency electrostatic dust-modes in a strongly coupled dusty plasma with dust charge fluctuations. Phys. Plasmas 7, 2329.

172 XIE, B. S. & YU, M. Y. 2000a Dust acoustic waves in strongly coupled dissipative plasmas. Phys. Rev. E 62, 8501.

173 XIE, B. S. & YU, M. Y. 2000b Dust-acoustic waves in strongly coupled plasmas with variable dust charge. Phys. Plasmas 7, 3137.

174 KAW, P. K. 2001 Collective modes in a strongly coupled dusty plasma. Phys. Plasmas 8, 1870

175 Davletov A.E., Arkhipov Yu.V., Tkachenko I.M., Yerimbetova L.T. Dynamic properties of strongly coupled dusty plasmas with particles of finite dimensions // Contributions to Plasma Physics. – April 2019. – DOI: 10.1002/ctpp.201800160.

176 Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Askaruly A., Arkhipov Yu.V., Tkachenko I.M. Static and dynamic properties of finite-size dust particles in a plasma. // International Conference on Strongly Coupled Coulomb Systems. Kiel, Germany. – 2017. – P. 101.

177 OHTA, H. & HAMAGUCHI, S. 2000 Wave dispersion relations in Yukawa fluids. Phys. Rev. Lett. 84, 6026.

178 HAMAGUCHI, S. & OHTA, H. 2001 Waves in strongly-coupled classical one-component plasmas and Yukawa fluids. Phys. Scr. T89, 127.