Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Институт математики с вычислительным центром – обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук

450008, г. Уфа, ул. Чернышевского, 112.
Тел./факс (347) 272-59-36, 273-33-42; e-mail: im@matem.anrb.ru

Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби

Механико-математический факультет

ОТЗЫВ

научного со-руководителя на диссертацию
Коныркулжаевой Марал Нурлановны
«Вычетные и спектральные разложения дифференциальных операторов второго порядка на графах» на соискание степени
доктора философии (PhD), доктора по профилю, специальность
6Д060100-математика

Представленная диссертация посвящена развитию спектральной теории операторов Штурма-Лиувилля на графах. В последние 20 лет спектральная теория операторов на графах активно развивается, поэтому диссертация написана по современному направлению в математике, в котором в настоящее время проводятся многочисленные исследования. Содержательная часть работы состоит из трех глав; опишем кратко содержание каждой из глав.

В начале первой главы вводятся основные определения и понятия, связанные со спектральной теорией операторов на графах. Далее изучается случай граф-дерева и граф-звезды. Здесь рассматриваются сужения максимальных операторов. Доказывается формула Грина для различных сужений и дается описание корректных сужений.

Во второй главе изучается случай граф-звезды. Основные полученные результаты следующие. Для операторов с нулевыми и произвольными потенциалами построена функция Грина. На основании полученных формул построено вычетное разложение для резольвенты оператора с условием

Кирхгофа во внутренней вершине и условием Дирихле в граничных вершинах. Данное вычетное разложение сравнивается со спектральным разложением и устанавливается взаимосвязь между этими разложениями.

В третьей главе исследуются две простейшие модели графа с малым ребром. Первая модель состоит из двух ребер конечной длины и одного малого ребра, во второй модели ребра конечной длины заменяются на бесконечные. Наличие малого ребра – это пример сингулярного возмущения эллиптического оператора, причем предлагаемый пример специфический в том смысле, что возможен только на графах, в отличии от сингулярных возмущений коэффициентов, возможных также для операторов на евклидовых областях и римановых многообразиях. Основной результат третьей главы – это первые члены асимптотик резольвент рассматриваемых операторов по малому параметру – длине малого ребра и описание зависимости собственных значений от данного параметра. Для резольвент выписаны двучленные асимптотики; при этом рассмотрены случаи различных комбинаций краевых условий в вершинах графа. Асимптотики резольвенты выписаны в операторных нормах. Наиболее нетривиальные результаты получены при изучении собственных значений. А именно, оказалось, что несмотря на сингулярный характер возмущения малым ребром, собственные значения оператора аналитически зависят от малого параметра. Причем это оказалось верным как для собственных значений, остающихся в пределе изолированными, так и для собственных значений, исчезающих в существенном спектре. В явном виде вычислены первые члены рядов Тейлора для рассматриваемых собственных значений. При этом оказалось, что при возмущении малым ребром собственные значения могут также оставаться неподвижными и не зависеть от наличия такого ребра. В диссертации приведены достаточные условия, определяющие существование таких неподвижных собственных значений.

Научные результаты диссертации опубликованы в серии научных статей, три из которых – в рейтинговых журналах, индексируемых в

WebOfScience и Scopus. Результаты докладывались в восьми международных конференциях. Диссертация выполнена на добротном качественном уровне и относится к фундаментальной математике.

Представленная работа удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора философии, а её автор – Коныркулжаева Марал Нурлановна заслуживает присуждения ей степени доктора философии (PhD).

Научный консультант,
доктор физико-математических наук,
профессор РАН,
ведущий научный сотрудник
ИМВЦ УФИЦ РАН Д.И. Борисов

Подпись Д.И. Борисова
заверяю.
Директор ИМВЦ УФИЦ РАН
Мусин И.Х.