ОТЗЫВ

официального рецензента по диссертации Коныркулжаевой Марал Нурлановны на тему «Вычетные и спектральные разложения дифференциальных операторов второго порядка на графах», представленной на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «6D060100 – Математика».

1. Актуальность темы исследования в рамках требований «Правил присуждения ученых степеней». Спектральная теория дифференциальных операторов на графах является важным, интересным и динамично развивающим разделом математики. Дифференциальные операторы на графах моделируют самые разные задачи естествознания процессы в сетях волноводов, колебания упругих сеток, распространение электрических импульсов в нейроне и т.п. С математической точки зрения, указанное направление интересно, в первую очередь, нетривиальными связями геометрии сингулярных пространств со свойствами дифференциальных операторов на них.

Дифференциальный оператор на графе представляет собой гибрид дифференциальных и скалярных матричных операторов. Изучение подобных операторов с точки зрения спектрального анализа представляет актуальную проблему.

По актуальности, научной новизне, практической значимости и достоверности полученных результатов работа полностью соответствует паспорту специальности.

2. Научные результаты в рамках требования к диссертации (Правила присуждения ученых степеней).

Результаты достигнутые докторантом в ходе написания диссертации, соответствуют требованиям Комитета по контролю и аттестации в сфере образования и науки МОН РК, предъявляемым к докторским диссертациям.

Основные положения проведения диссертационного исследования изложены в следующих результатах:

- корректно определен максимальный оператор;
- выведена формула Лагранжа для максимального оператора;
- построен сопряженный оператор;
- описаны всевозможные самосопряженные сужения максимального оператора;
- описаны корректные сужения максимального оператора и выведены формулы их резольвент;
- найдена зависимость резольвент от длин дуг графа и исследована равномерная резольвентная сходимость к предельному оператору;
- указаны спектральные эффекты предельного оператора.

2. Степень обоснованности и достоверности каждого научного результата (научного положения), выводов и заключения соискателя, сформулированных в диссертации

Научные положения и выводы диссертации обоснованы в полном объёме, постановка задач и утверждения теорем и лемм приведены четко, доказательства отвечают требованиям математической строгости. Работа представляет собой законченное научное исследование в рамках

рассматриваемых вопросов и содержит новые, представляющие, несомненно, научный интерес, результаты.

Отметим, что в процессе исследования автор успешно справился с большими техническими сложностями, неизбежно возникающими при выполнении такой работы.

3. Степень новизны каждого научного результата (положения), вывода соискателя, сформулированных в диссертации.

Полученные результаты можно квалифицировать как новые, они снабжены строгими доказательствами. Научная новизна работы не взывает сомнений.

Соискателем решены следующие задачи:

- Были исследованы общие геометрические графы, частные их виды: граф-дерево и граф-звезда. Доказана формула Лагранжа и описаны самосопряженные сужения дифференциального оператора второго порядка на графах. В частности, приведена формула Лагранжа для дифференциального оператора на дереве с условиями Кирхгофа в его внутренних вершинах. Изучен вопрос о полном описании корректных сужений заданного максимального дифференциального оператора на деревообразном графе, также описаны все самосопряженные сужения максимального оператора и все обратимые сужения максимального оператора.

- Исследована система дифференциальных уравнений второго порядка. Для операторов с нулевыми и произвольными потенциалами построена функция Грина. На основании полученных формул построено вычетное разложение для резольвенты оператора с условием Кирхгофа во внутренней вершине и условием Дирихле в граничных вершинах. Данное вычетное разложение сравнивается со спектральным разложением и устанавливается взаимосвязь между этими разложениями.

- Зависимость резольвент от длин дуг графа и показана равномерная резольвентная сходимость к предельному оператору. Указаны существенные спектральные эффекты предельного оператора, на которые до сих пор не обращали должного внимания.

5. Практическая и теоретическая значимость полученных результатов.

Полученные в работе научные результаты и сама концепция являются новыми, представляют научный и практический интерес и могут быть непосредственно применены в дальнейшем в развитии спектральной теории краевых задач на графах и в исследовании задач, возникающих в теории упругости, теории устойчивости и др.

Результаты диссертации опубликованы в 14 работах. Из них 3 статьи в рейтинговых журналах, 3 статьи в журналах, рекомендуемых ККСОН МОН РК, 8 тезисов в материалах международных конференций.

6. Замечания, предложения по диссертации. По рецензируемой диссертации имеются следующие замечания:

- Сравнить полученные результаты, когда каждая дуга определена на разных осях с результатами при условии, что дуги и вершины графа выложены в одну линию.

- Нет чётких выводов, рекомендаций по использованию полученных теоретических результатов. Имеющиеся предложения «разбросаны» по тексту работы.

- В тексте диссертации имеются ошибки и опечатки. При оформлении текста также следовало бы соблюдать правила технического редактирования.

Указанные замечания не снижают значимости полученных результатов и не влияют на общую положительную оценку диссертационного исследования М.Н. Коныркулжаевой.

7. Соответствие содержания диссертации в рамках требования Правил присуждения ученых степеней.

Анализируя представленную работу, опубликованные автором научные работы можно сделать вывод о том, что диссертация в основной мере написана самостоятельно. Диссертация обладает внутренним единством, все разделы и положения диссертации логически взаимосвязаны. Полученные результаты соответствуют поставленным в диссертации целю и задачам.

Полученные в работе научные результаты являются новыми, представляют научный и практический интерес и могут быть непосредственно применены в дальнейшем в развитии спектральной теории краевых задач на графах и в исследовании задач, возникающих в теории упругости, теории устойчивости и др.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Коныркулжаевой Марал Нурлановны соответствует требованиям «Правил присуждения ученых степеней», предъявляемым к диссертационным работам, а соискатель заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD) по специальности «6D060100 – Математика».

Рецензент, д.ф.-м.н.,
профессор КазНПУ имени Абая Бердышев А.С.

РАСТАЙМЫН: Абай атындағы ҚазҰПУ
ПЕРСОНАЛДЫ БАСҚАРУ БӨЛІМІНІҢ БАСТЫҒЫ
ЗАВЕРЯЮ: НАЧАЛЬНИК ОТДЕЛА ПО
КАЗНПУ имени Абая
ҚОЛЫ
ПОДПИСЬ