РЕЦЕНЗИЯ

на диссертацию Коныркулжаевой Марал Нурлановны на тему: «Вычетные и спектральные разложения дифференциальных операторов второго порядка на графах», представленной на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «6D060100-Математика».

Рецензируемая диссертационная работа посвящена исследованию спектральных свойств дифференциальных операторов второго порядка на графах, которые комбинированы из дифференциальных операторов на одномерных дугах и матричных операторов на нульмерных внутренних вершинах графа.

Актуальность темы исследования. Хорошо известно, что графы являются хорошей моделью для изучения свойств систем уравнений в зависимости от геометрии и топологии пространства. Теория потоков в сетях возникла из рассмотрения реальных задач, таких как перевозка грузов по системе железных дорог, перекачка нефти по трубопроводам, управление запасами и т. д. Теория графов находит применение, например, в геоинформационных системах. Существующие или вновь проектируемые дома, сооружения, кварталы и т. п. рассматриваются как вершины, а соединяющие их дороги, инженерные сети, линии электропередачи и т. п. — как рёбра. Применение различных вычислений, производимых на таком графе, позволяет, например, найти кратчайший объездной путь или ближайший продуктовый магазин, спланировать оптимальный маршрут. В химии графы используются для описания структур, путей сложных реакций, правило фаз является задачей теории графов, сравнительно молодая область химии – компьютерная химия также основана на применении теории графов. Кроме того, теория графов позволяет точно определить число теоретически возможных изомеров углеводородов и других органических соединений. В информатике и программировании находят применение граф-схемы алгоритма и автоматы. В коммуникационных и транспортных системах графы используются для маршрутизации данных в Интернете. В экономике, в логистике, а также в схемотехнике (топология соединений элементов на печатной плате или микросхеме представляет собой граф или гиперграф) также применяется теория графов.

Отметим, что при расчете упругих конструкций возникает необходимость исследования задач о выявлении сингулярно вырождающихся областей. Также требуется асимптотический анализ решений краевых задач в областях, которые зависят от размеров областей и стягивающихся к предельной «конструкции», состоящей из множеств различных размерностей. Иногда такие объекты называются стратифицированными множествами. Имеется ряд методов исследования различных проблем на графах как стратифицированных множествах. Однако остается все еще много проблем, возникающих по аналогии с проблемами для дифференциальных уравнений на отрезках, прямоугольниках и многомерных отрезках, которые требуют специального изучения.

Основная часть диссертационной работы состоит из трех разделов.

В первом разделе вначале приведены известные понятия и утверждения, относительно дифференциальных операторов на произвольных связных геометрических графах без петель. Максимальный оператор на графе определен дифференциальными выражениями на дугах и условиями Кирхгофа во внутренних вершинах графа. Для этого оператора приведен аналог формулы Лагранжа. Предложен алгоритм построения сопряженных граничных форм для произвольного набора граничных условий. Дано полное описание всех самосопряженных сужений максимального оператора.

Во втором разделе исследована система дифференциальных уравнений второго порядка. Такие системы могут быть моделью колебательных систем со стержневой конструкцией. Построена функция Грина задачи Дирихле для дифференциального

оператора на звездообразном графе с использованием условий Кирхгофа во внутренних вершинах и краевые условия Дирихле в граничных вершинах.

В третьем разделе рассмотрен оператор Шредингера на графе, состоящем из двух бесконечных дуг и одной дуги малой длины. При этом на бесконечных дугах потенциал является кусочно-постоянным, а на малой дуге – сингулярным. Определены краевые условия, получены двучленные асимптотики для резольвент и оценки остатков. Исследован вопрос возникновения изолированных собственных значений из края существенного спектра и их голоморфная зависимость. Аналогичные результаты установлены для оператора Шредингера с условием Дирихле или Неймана в граничной вершине малой дуги.

Научные результаты в рамках требования к диссертации соответствуют Правилам присуждения ученых степеней (пп.127, от 31.03.2011 г.), так как диссертация содержит новые научно обоснованные теоретические результаты: дано полное описание всевозможных самосопряженных сужений максимального оператора, корректные сужения максимального оператора и найдены формулы их резольвент, установлена зависимость резольвент от длин дуг графа и исследована равномерная резольвентная сходимость к предельному оператору, а также его спектральные свойства. Совокупность указанных результатов имеет важное значение для развития спектральной теории дифференциальных операторов на графах, а также может найти применение при изучении задач приложения.

Степень обоснованности и достоверности каждого научного результата (научного положения), выводов и заключения докторанта, сформулированных в диссертации, достаточно убедительна. Основные результаты диссертации с формулированы в виде теорем, сопровождающиеся подробными доказательствами. Они достоверны и обоснованы. Вспомогательные утверждения затрагиваемых проблемных вопросов каждого раздела сформулированы в виде лемм и замечаний, и они строго также доказаны.

Степень новизны каждого научного результата (положения), вывода докторанта, сформулированных в диссертации: установлена зависимость резольвент дифференциального оператора второго порядка на графе от длин дуг графа и исследована равномерная резольвентная сходимость к предельному оператору, а также его спектральные свойства.

Практическая и теоретическая значимость полученных результатов. Результаты диссертации имеют теоретический характер. В ней разработана методика исследования спектральных свойств дифференциального оператора второго порядка на графах, основанная на методах теории обыкновенных дифференциальных уравнений, линейных дифференциальных операторов второго порядка, теории функций комплексного переменного, функционального анализа и спектральной теории неограниченных операторов, а также аппарат теории графов.

Кроме того, полученные результаты могут служить определенным вкладом в спектральную теорию дифференциальных операторов второго порядка на графах. Практическая ценность работы определяется тем, что она является полезной при изучении качественных свойств дифференциальных операторов второго порядка на графах, например при исследовании существования решений аналогов многоточечных краевых задач для дифференциальных уравнений второго порядка на графах.

Замечания, предложения по диссертации.

По диссертационной работе имеются следующие замечания:

1) В работе имеются грамматические ошибки и опечатки.

2) В разделе 3 раасматривается оператор Шредингера на звездном графе, который состоит из двух бесконечных дуг и одной дуги малой длины. Возникает вопрос: почему взята только одна дуга малой длины? Что будет, если их количество будет равна двум или больше? Можно ли распространить результаты раздела 3 на такие графы?

3) На наш взгляд, в диссертации не акцентированы существенные трудности при исследовании дифференциальных операторов на графах. Было бы желательно привести их для лучшего понимания результатов работы.

Указанные замечания носят рекомендательный характер и не влияют на общий уровень теоретических результатов диссертации. На наш взгляд, они могут быть учтены в дальнейших исследованиях по данному направлению.

Соответствие содержания диссертации в рамках требования правил присуждения ученых степеней. Соответствует.

Докторант в достаточной мере владеет общенаучной методологией, логикой и технологией проведения научно – исследовательской работы.

Считаю, что диссертационная работа на тему «Вычетные и спектральные разложения дифференциальных операторов второго порядка на графах» является законченным научным трудом и соответствует всем требованиям, предъявляемым к докторской диссертации (PhD) по специальности 6D060100-Математика, а ее автор Коныркулжаева Марал Нурлановна заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100-Математика

Официальный рецензент:
Главный научный сотрудник
Отдела Дифференциальных уравнений
Института математики и математического моделирования
Комитета науки Министерства образования и науки
Республики Казахстан,
доктор физико-математических наук,
профессор А.Т. Асанова

Подпись
ГНС ОДУ ИМиММ КН МОиН РК,
д.ф.-м.н., проф. Асановой А.Т.
Заверяю

Старший инспектор
отдела кадров ИМиММ КН МОиН РК *Э.А.Мухтарова*

КАДР БӨЛІМІ