ОТЗЫВ

зарубежного научного консультанта на диссертационную работу Керімақын Айнұр на тему «Решение задач вычислительной гидродинамики в областях со сложной геометрией методом адаптивных сеток», представленную на соискание ученой степени доктора философии (PhD) по специальности «8D05405-Вычислительные науки и статистика»

Первая глава представленной диссертационной работы посвящена исследованию слабой постановки начально-краевой задачи для уравнений Навье–Стокса–Бринкмана в цилиндрических координатах, описывающих течение вязкой несжимаемой жидкости в пористой среде. В данной главе задача сформулирована в вариационной форме в условиях осевой симметрии, а понятие слабого решения определено в пространствах Соболева. Соискателем грамотно применены основные методы функционального анализа, в частности теория пространств Соболева и энергетический метод, что позволило корректно построить слабую постановку задачи.

Для численного решения сформулированной вариационной задачи для уравнений Навье-Стокса используется метод конечных элементов, алгоритм Тейлора-Худа. Этот алгоритм обеспечивает выполнения условия Ладыженской-Бабушки-Брезzи(ЛББ). Для этой задачи получены априорные оценки, обеспечивающие устойчивость решения. Доказана теорема сходимости решения приближенной дискретной задачи к решению исходной дифференциальной задачи. Эти результаты являются важной основой для обоснования математической корректности задачи и достоверности численных схем. Для численных расчётов на вычислительной платформе FEniCS проведены следующие предварительные работы: в среде Visual Studio установлен пакет FEniCS, построены пространства решении с учетом начально-граничных условии, написан код программы построения структурированных и неструктурированных сеток, сформирован программный код со специальными операторами вычислительной платформы для решения нелинейной дискретной задачи методом Ньютона. С помощью составленного комплекса прикладных программ исследована структура течения в криволинейной цилиндрической области в широком диапазоне входных параметров. Показано, что с увеличением числа Рейнольдса возрастает максимальное значение функции тока, что связано с усилением инерционных эффектов и расширением зоны циркуляции. Также результаты вычислений на различных сетках подтвердили достижение сеточной независимости и продемонстрировали устойчивость и точность применённого метода конечных элементов.

Вторая глава диссертационной работы посвящена преобразовани уравнений Навье–Стокса из цилиндрической системы координат произвольную криволинейную ортогональную систему координат. В данно главе подробно рассмотрены вопросы отображения областей сложно геометрии в расчётную параметрическую область. Используя математическ аппарат преобразования в произвольные, ортогональные криволинейны координаты, автор получил новую форму уравнений и разработал для ни конечно-разностную схему.

Наряду с этим, на основе метода ортогональных криволинейных сето построены эффективные расчётные сетки для областей сложной геометрии. Для решения системы уравнений предложены трёхслойная разностная схем и итерационный алгоритм. Разработанный алгоритм обеспечивае ортогональность сетки, устойчивость численного решения и высоку точность вычислений. Численные эксперименты выполнены в среде Jupyter использованием языка программирования Python 3.11. Полученны результаты хорошо согласуются с эталонными данными задачи Роуча, также с результатами исследований Napolitano и Orlandi, что подтверждае корректность и надёжность предложенного метода.

Третья глава диссертации посвящена моделированию ламинарны течений в каталитическом нейтрализаторе. В данной главе переход о цилиндрической системы координат к произвольной, криволинейной ортогональной системе координат обоснован с использованием строгого математического аппарата. Для построения ортогональных сеток криволинейных областях применены известные численные методы, что позволило сформировать эффективные вычислительные сетки для областей со сложной геометрией.

Для решения уравнений использован конечно-разностный метод, а вычислительный процесс реализован на основе трёхслойного алгоритма. Результатами численных экспериментов обоснованы и подтверждены устойчивость и сходимость предложенной схемы. Численные решения получены в среде Jupyter с использованием языка Python 3.11. Кроме того, проведён сравнительный анализ результатов, полученных методом конечных элементов (FEM) на платформе FEniCS и методом конечных разностей (FDM) в среде Python. Хорошее согласование результатов свидетельствует о корректности и надёжности разработанных численных моделей.

В целом результаты, полученные в диссертационной работе, позволяют эффективно и устойчиво численно решать задачи для описания задач ламинарного течения в областях сложной геометрии и с сильно меняющимися коэффициентами.

Предложенные математические модели и численные алгоритмы обладают как теоретической, так и практической значимостью для прикладной математики, вычислительной гидродинамики и инженерных приложений.

Керімақын Айнұр в своей диссертации представила полные и строгие математические доказательства всех сформулированных утверждений, включая теоремы и леммы.

Подводя итог, можно сделать вывод, что диссертационная работа Керімақын Айнұр на тему «Решение задач вычислительной гидродинамики в областях со сложной геометрией методом адаптивных сеток», представленная на соискание степени доктора философии (PhD) по образовательной программе «8D05405 – Вычислительные науки и статистика», полностью соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание степени доктора философии (PhD). Автор диссертации, Керімақын Айнұр, безусловно заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD) по направлению «Вычислительные науки и статистика».

Зарубежный научный консультант, член-корреспондент Российской академии наук (РАН), доктор физико-математических наук, профессор **Кабанихин С.И.**

28.05.2026 г

Орыс тілінен аудармасы

ПІКІР

Шетелдік ғылыми кеңесшінің Керімақын Айнұрдың ««8D05405 Есептеу ғылымдары және статистика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD) ғылыми дәрежесін алу үшін ұсынған «Геометриясы күрделі облыстардағы есептеу гидродинамикасы есептерін бейімдегіш торлар әдісімен шешу» тақырыбындағы диссертациясына

Ұсынылған диссертациялық жұмыстың бірінші тарауы кеуекті ортадағы тұтқыр сығылмайтын сұйықтық ағынын сипаттайтын цилиндрлік координаттардағы Навье–Стокс–Бринкман теңдеулеріне қойылған бастапқы және шекаралық шартты есептің әлсіз қойылымын зерттеуге арналған. Бұл тарауда есеп осьтік симметриялылық жағдайында вариациялық түрде тұжырымдалған, ал әлсіз шешім ұғымы Соболев кеңістігінде анықталған. Ізденуші функционалдық талдаудың негізгі әдістерін, атап айтқанда Соболев кеңістігі теориясын және энергетикалық әдісті сауатты қолданған, бұл есептің әлсіз қойылымын дұрыс құруға мүмкіндік берді.

Навье-Стокс теңдеулері үшін тұжырымдалған вариациялық есепті сандық шешу үшін ақырлы элементтер әдісі, Тейлор-Худ алгоритмі қолданылады. Бұл алгоритм Ладыженская-Бабушка-Бреззи (ЛББ) шартының орындалуын қамтамасыз етеді. Бұл есеп үшін шешімнің орнықтылығын қамтамасыз ететін априорлық бағалаулар алынды. Жуықталған дискретті есеп шешімінің бастапқы дифференциалдық есеп шешіміне жинақталу теоремасы дәлелденді. Бұл нәтижелер есептің математикалық корректілігін және сандық сызбалардың сенімділігін негіздеу үшін маңызды негіз болып табылады.

FEniCS есептеу платформасында сандық есептеулер жүргізу үшін Visual Studio ортасында FEniCS пакеті орнатылды, бастапқы-шекаралық шарттарды ескере отырып, шешімдер кеңістігі құрылды, құрылымдалған және құрылымдалмаған торларды құрудың бағдарламалық коды жазылды, Ньютон әдісімен сызықтық емес дискреттік есепті шешуге арналған есептеу платформасының арнайы операторлары бар бағдарламалық код қалыптастырылды. Құрастырылған қолданбалы бағдарламалар кешенінің көмегімен қисық сызықты цилиндрлік аймақтағы ағын құрылымына енгізу параметрлерінің кең ауқымында зерттеу жүргізілді. Рейнольдс санының ұлғаюымен ток функциясының максималды мәні артатыны көрсетілген, бұл инерциялық әсерлердің күшеюімен және айналым аймағының кеңеюімен байланысты. Сондай-ақ әртүрлі торлардағы есептеу нәтижелері торға тәуелсіздіктің жетілгенін растады және қолданылған ақырлы элементтер әдісінің тұрақтылығы мен дәлдігін көрсетті.

Диссертациялық жұмыстың екінші тарауы Навье–Стокс теңдеулерін цилиндрлік координаттар жүйесінен ерікті қисық сызықты ортогональ координаттар жүйесіне көшіруге арналған. Бұл тарауда күрделі геометриялық аймақтарды есептік параметрлік аймаққа бейнелеу мәселелері егжей-тегжейлі

ПАРАҚТЫҢ АРҒЫ ЖАҒЫНА ҚАРАҢЫЗ
СМ. НА ОБОРОТНОЙ СТОРОНЕ

қарастырылған. Ерікті, ортогональ қисық сызықты координаттарға түрлендірудің математикалық аппаратын пайдалана отырып, автор теңдеулердің жаңа түрін алды және олар үшін ақырғы айырымдар сызбасын әзірледі.Сонымен қатар, ортогональды қисық сызықты торлар әдісі негізінде күрделі геометриялық аймақтар үшін тиімді есептеу торлары құрылды. Теңдеулер жүйесін шешу үшін үш қабатты айырымдық схема және итерациялық алгоритм ұсынылды.

Әзірленген алгоритм тордың ортогональдылығын қамтамасыз етеді, сандық шешімнің орнықтылығын және есептеулердің жоғары дәлдігін қамтамасыз етеді. Сандық эксперименттер Python 3.11 бағдарламалау тілін қолдану арқылы Jupyter ортасында орындалды. Алынған нәтижелер Роуч есебінің эталондық деректерімен, сондай-ақ Napolitano және Orlandi зерттеулерінің нәтижелерімен жақсы үйлеседі, бұл ұсынылған әдістің дұрыстығы мен сенімділігін растайды.

Диссертацияның үшінші тарауы каталитикалық нейтрализаторларындағы ламинарлық ағындарды модельдеуге арналған. Бұл тарауда цилиндрлік координаттар жүйесінен еркін, қисық сызықты ортогональ координаттар жүйесіне көшу қатаң математикалық аппаратты қолдану арқылы негізделген. Қисық сызықты аймақтарда ортогональ торларды құру үшін белгілі сандық әдістер қолданылды, бұл күрделі геометриялық аймақтар үшін тиімді есептеу торларын қалыптастыруға мүмкіндік берді.

Теңдеулерді шешу үшін ақырғы айырымдар әдісі қолданылды, ал есептеу процесі үш қабатты алгоритм негізінде жүзеге асырылды. Сандық эксперименттердің нәтижелері ұсынылған схеманың орнықтылығы мен жинақталуын негіздеп, растады. Сандық шешімдер Python 3.11 тілін қолдану арқылы Jupyter ортасында алынды. Сонымен қатар, FEniCS платформасындағы ақырғы элементтер әдісі (FEM) және Python ортасындағы ақырғы айырымдар әдісі (FDM) арқылы алынған нәтижелерге салыстырмалы талдау жасалды. Нәтижелердің бір-бірімен жақсы үйлесім табуы әзірленген сандық модельдердің дұрыстығы мен сенімділігін көрсетеді.

Жалпы алғанда, диссертациялық жұмыста алынған нәтижелер күрделі геометриялық облыстардағы және коэффициенттері қатты өзгеретін ламинарлық ағын есептерін сипаттау үшін есептеу тапсырмаларын тиімді және тұрақты түрде шешуге мүмкіндік береді.

Ұсынылған математикалық модельдер мен сандық алгоритмдер қолданбалы математика, есептеу гидродинамикасы және инженерлік қосымшалар үшін теориялық та, тәжірибелік те маңызға ие.

Керімақын Айнұр өз диссертациясында теоремалар мен леммаларды қоса алғанда, тұжырымдалған барлық пайымдаулардың толық және қатаң математикалық дәлелдемелерін ұсынды.

Қорытындылай келе, Керімақын Айнұрдың «Геометриясы күрделі облыстардағы есептеу гидродинамикасы есептерін бейімдегіш торлар әдісімен шешу» тақырыбындағы, «8D05405 – Есептеу ғылымдары және статистика» білім беру бағдарламасы бойынша философия докторы (PhD)

ПАРАҚТЫҢ АРҒЫ ЖАҒЫНА ҚАРАҢЫЗ

дәрежесін алуға ұсынылған диссертациялық жұмысы философия докторы (PhD) дәрежесіне қойылатын талаптарға толық сәйкес келеді деген тұжырым жасауға болады. Диссертация авторы Керімақын Айнұр «Есептеу ғылымдары және статистика» бағыты бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін беруге лайықты.

Шетелдік ғылыми кеңесші, Ресей ғылым академиясының (РҒА) корреспондент-мүшесі, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор **Кабанихин С.И.**

28.05.2026ж.

ПАРАҚТЫҢ АРҒЫ ЖАҒЫНА ҚАРАҢЫЗ