7-дәріс. **Туындыға қатысты шешілмеген дифференциалдық теңдеулер**

Дәрістің қысқаша мазмұны:

$F(x, y(x), y'(x)) = 0$ (1)

Егер (1) теңдеуі ізделінді функция у-тің туындысына байланысты шешілмесе, яғни нормаль формаға келтірілмесе, онда туындысы бойынша шешілмеген теңдеулер типіне жатады дейді.

Қандай да бір (а,в) аралығында анықталған үзіліссіз $y = y(x)$ функциясы (1) теңдеуін тепе-теңдікке айналдырса, онда бұл функция (1) теңдеуінің шешімі болады. Кейбір жағдайларда дифференциалдық теңдеулердің шешімі $x = \varphi(t, c)$, $y = \psi(t, c)$ параметрлік түрінде немесе $\Phi(x, y, c) = 0$ айқындалмаған функция түрінде беріледі.

Мысал 1. $y'^2 + 1 = 0$ теңдеуінің шешімі нақты сандар өрісінде жоқ.

$y'^2 - 1 = 0$

Мысал 2. $(y' + 1)(y' - 1) = 0$

$y' = -1$

немесе $y' = 1$

$y = x + c$

Кейбір туындысы бойынша шешілмеген теңдеулерді ізделінді функцияның туындысына байланысты шешілсе шешіп, алынған бір немесе бірнеше теңдеулерді түріне қарай ажыратып шешімін табамыз.

Кейбір туындысы бойынша шешілмеген теңдеулер ізделінді функция у бойынша және тәуелсіз айнымалы х бойынша шешілсе, онда $y' = p$ деп параметр енгізу әдісін пайдаланып, алынған алгебралық теңдеудің екі жағын толық дифференциалдап $\frac{dy}{dx} = p$ ауыстыруын қайтадан жасап, дифференциалдық теңдеудің шешімін параметр u мен v айқындалмаған функция түрінде беруге болады.

$y = f(x, y')$ (2)

$x = g(y, y')$ (3)

(2) $y' = p \Rightarrow y = f(x, p)$ (*)

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial p}dp$$

$$pdx = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial p}dp$$

$$\left(p - \frac{\partial f}{\partial x}\right)dx = \frac{\partial f}{\partial p}dp \qquad (4)$$

Алынған (4) теңдеуі х және р-ға байланысты бірінші ретті теңдеу түріне қарай ажыратып, $p = p(x, c)$ түрінде шешімін алсақ, ондағы р-ның мәнін (*)-ға қоямыз. Сонда (*) $\Rightarrow y = f(x, p(x, c))$ шешімін аламыз.